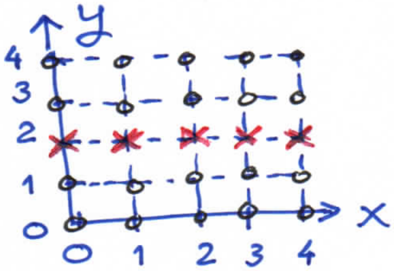
HY 443 Λύσεις Σετ Ασκήσεων 17/06/14

1 A

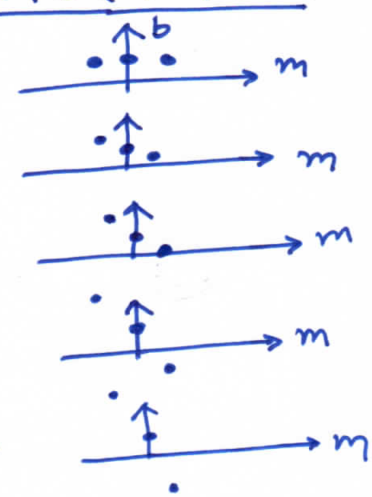


Σχεδιάζουμε τα εικονοστοιχεία στις συντεταγμένες που δίνονται από την εκφώνηση.

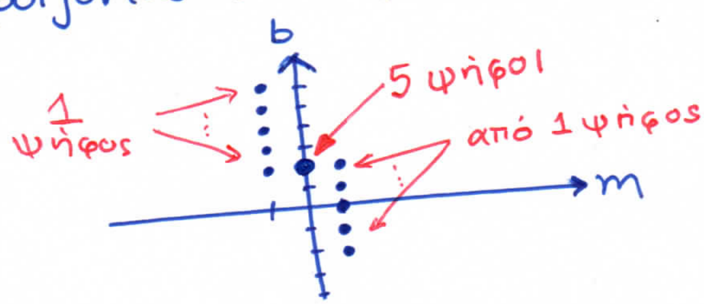
Στη συνέχεια κάθε εικονοστοιχείο "x" ψηφίζει για τις δυνατές ευθείες που μπορούν να περνούν από αυτό, στον δοθέν χώρο των δυνατών ευθειών $y=b$, $y=\pm x+b$

Έχουμε λοιπόν:

ΣΗΜΕΙΟ (x,y)	Ευθείες $y=mx+b$ $(m=0,1,-1)$
$(0,2)$	$b=2$
$(1,2)$	$b=-m+2$
$(2,2)$	$b=-2m+2$
$(3,2)$	$b=-3m+2$
$(4,2)$	$b=-4m+2$

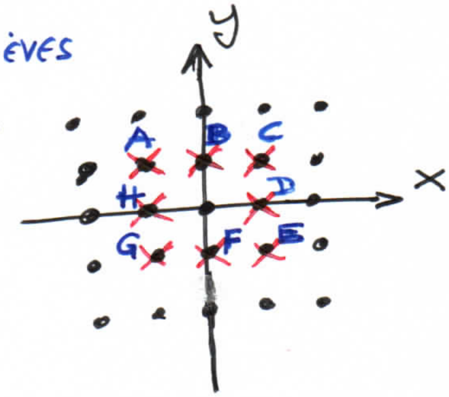


Αθροίζοντας τις ψήφους, έχουμε:



Πλειοψηφεί το $b=2$, άρα η ζητούμενη ευθεία είναι η $\boxed{y=2}$

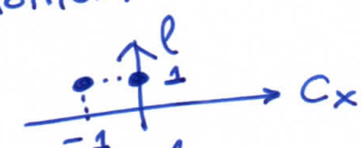
1B Σχεδιάζουμε τα εικονοστοιχεία χρησιμοποιώντας τις συντεταγμένες της εκφώνησης, και τα συμβολίζουμε ως A, B, C, D, E, F, G, H για διευκόλυνση:



Στη συνέχεια παραμετροποιούμε τα πιθανά ζητούμενα τετράγωνα ως (c_x, ℓ), όπου ℓ είναι η απόσταση ακμής από το κέντρο του τετραγώνου.

Στη συνέχεια, κάθε σημείο ψηφίζει για τα δυνατά τετράγωνα που μπορούν να περάσουν από αυτό. Έχουμε λοιπόν:

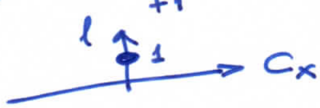
- Σημεία A, G:



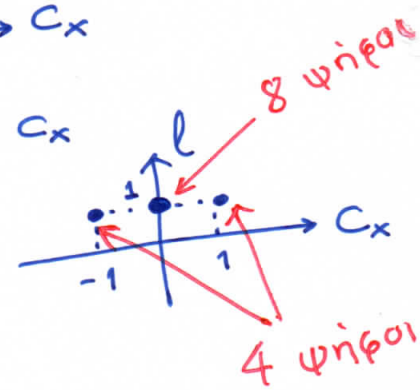
- Σημεία B, F:

- Σημεία C, E:

- Σημεία D, H:

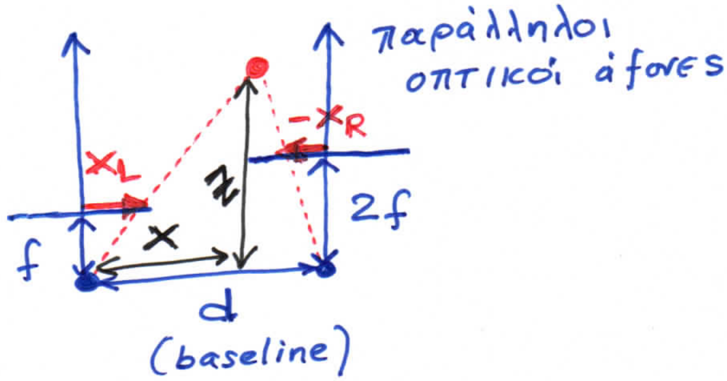


Αθροίζοντας τις ψήφους έχουμε



Άρα $\boxed{c_x = 0}$, $\boxed{\ell = 1}$

(2) Σχεδιάζουμε πρώτα τη γεωμετρία του δοθέντος συστήματος:



Εύκολα βλέπουμε πως:

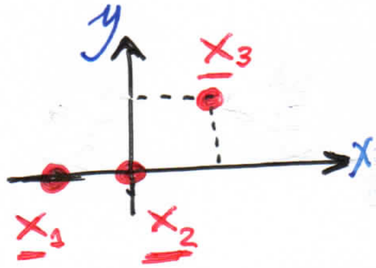
$$\frac{d}{Z} = \frac{d - \left(x_L - \frac{x_R}{2}\right)}{Z - f} \iff$$

$$\iff Z = f \, \frac{d}{x_L - \frac{x_R}{2}} \quad (*)$$

Στη συνέχεια:

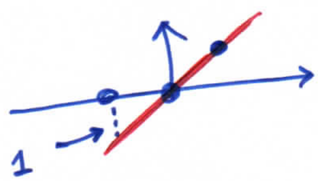
$$\frac{X}{Z} = \frac{x_L}{f} \overset{(*)}{\Longrightarrow} X = x_L \, \frac{d}{x_L - \frac{x_R}{2}}$$

3 A

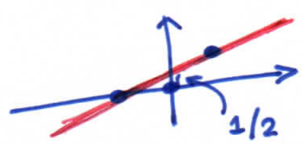


Σχεδιάζουμε τα τρία σημεία που δίνονται από την εκφώνηση. Στη συνέχεια, παρατηρούμε ότι το ζητούμενο μοντέλο είναι <u>ευθεία</u>, άρα ορίζεται από 2 σημεία. Παίρνοντας τους πιθανούς συνδυασμούς 2 σημείων έχουμε:

Σφάλμα ευθείας που περνά από $\{\underline{x}_1, \underline{x}_2\}$ είναι 1.



Σφάλμα ευθείας που περνά από $\{\underline{x}_2, \underline{x}_3\}$ είναι 1

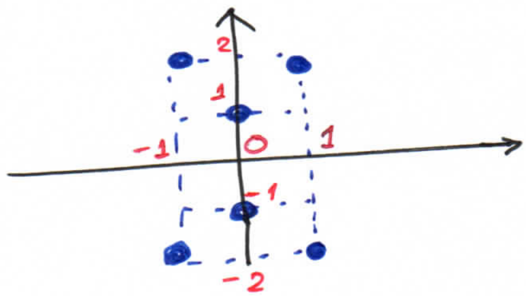


Σφάλμα ευθείας που περνά από $\{\underline{x}_1, \underline{x}_3\}$ είναι το 1/2.

Άρα η τελευταία είναι η ζητούμενη ευθεία με εξίσωση $\boxed{y = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}}$

(Υπενθυμίζουμε ότι το σφάλμα είναι των ελαχίστων τετραγώνων κ όχι η απόσταση σημείου/σημείων από την ευθεία).

$\boxed{3\ \text{B}}$ Σχεδιάζουμε τα δοθέντα σημεία:



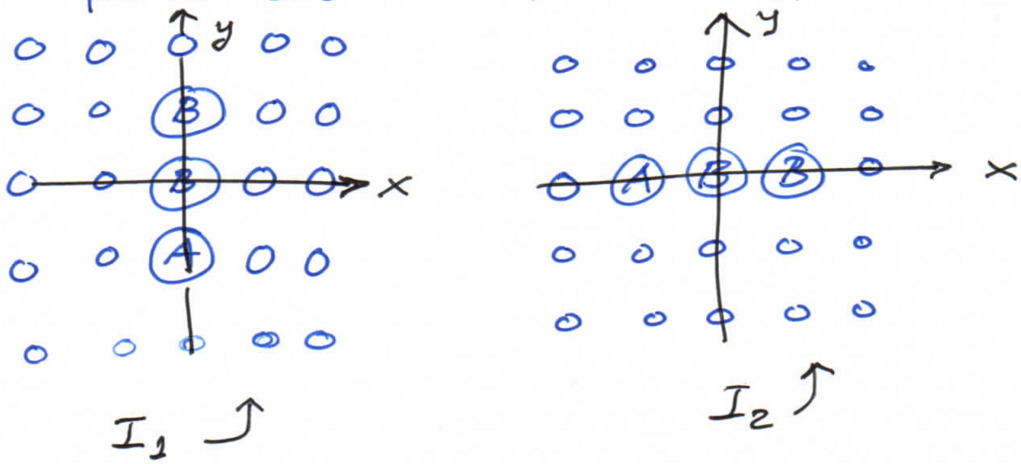
- Παρατηρούμε ότι η μέση τιμή τους είναι $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$
  ενώ το cov είναι $\Sigma = \frac{1}{6}\begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 18 \end{bmatrix}$

- Η μεγαλύτερη ιδιοτιμή του Σ είναι η $18/6$ που αντιστοιχεί στο ιδιοδιάνυσμα $\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ (άξονας των y).

- Στη συνέχεια, προβάλουμε τα σημεία $\begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$, $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ στον άξονα των y, και βλέπουμε ότι το πρώτο απέχει 2 από αυτόν, ενώ το δεύτερο 3. Κατά συνέπεια, το $\underline{X}_{ts_1}$ είναι πιό κοντά στον "χώρο των εικόνων" από το $\underline{X}_{ts_2}$.

4.A

Σχεδιάζουμε πάλι τις δύο εικόνες με το δοθέν σύστημα συντεταγμένων:



Αντιστοιχούμε πρώτα το κεντρικό σημείο κάθε εικόνας (B στο $(0,0)$ της I_1 $\rightarrow$ B στο $(0,0)$ της I_2), οπότε έχουμε:

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{I_2} = \begin{bmatrix} a & -b & t_x \\ b & a & t_y \end{bmatrix} \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{I_1} \Longrightarrow \boxed{\begin{matrix} t_x = 0 \\ t_y = 0 \end{matrix}}$$

homogeneous coordinates

Στη συνέχεια αντιστοιχίζουμε το B στο $(0,1)$ της I_1 με το B στο $(1,0)$ της I_2 και έχουμε

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b & 0 \\ b & a & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \Longrightarrow$$

homogeneous coordinates

$$\Longrightarrow \boxed{\begin{matrix} b = -1 \\ a = 0 \end{matrix}}$$

Τέλος βλέπουμε ότι το A αντιστοιχίζεται σωστά, όπως και όλα τα άλλα σημεία. πχ $\rightarrow$ $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$

4 B

Εφαρμόζουμε τα φίλτρα Sobel, οπότε έχουμε:

$$S_y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad S_x = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$I_3 * S_x = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\ -4 & -4 & -4 & -4 & -4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

⟵ ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΑΚΜΗ

Για την I_4, μπορούμε να εφαρμόσουμε ένα "rotated" φίλτρο ανίχνευσης ακμών, πχ το $S_d = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$$I_4 * S_d = \begin{bmatrix} 4 & 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 4 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 4 \end{bmatrix}$$

⟵ πλάγια ακμή 45°