Παν.Θεσ/λίας, ΤΗΜΜΥ ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ Ακαδ. Έτος 2017-18
Ημερομηνία: 15-12-2017 **2ο Σύνολο Ασκήσεων** Παραδοτέο: 10-01-2018

Οι ασκήσεις παραδίδονται στην **έναρξη** του έκτακτου μαθήματος αναπλήρωσης της Τετάρτης, 10/01, στις **17:15**. Επισημαίνεται ότι οι εργασίες είναι **ατομικές**.

Άσκηση 1: Υπολογίστε και σχεδιάστε τους DFT μήκους $N = 24$ των ακολουθιών:

(a) $x[n] = \delta[n] - \delta[n-6] + \delta[n-12] - \delta[n-18]$.

(b) $x[n] = \cos^2(\pi n/4)$, για $0 \leq n \leq 23$.

(c) $x[n] = \begin{cases} 0, & \text{για } n \text{ άρτιο εντός } [0,23] \\ (-1)^{\frac{n-1}{2}}, & \text{για } n \text{ περιττό εντός } [0,23] \end{cases}$.

(d) $x[n] = (\sin(\pi n/6) + \cos(\pi n/3))$ ㉔ $(\sin(\pi n/3) + \cos(\pi n/6))$,
όπου το ㉔ συμβολίζει κυκλική συνέλιξη μήκους 24, και οι ακολουθίες που συνελίσονται θεωρούνται μηδενικές εκτός του διαστήματος $[0,23]$.

Άσκηση 2: Υπολογίστε τις κυκλικές συνελίξεις μήκους 24 δειγμάτων (σε κλειστή μορφή):

(a) $\Big(\delta[n] - \delta[n-12]\Big)$ ㉔ $\Big((u[n] - u[n-24]) \cdot (\cos(\pi n/3) + \sin(\pi n/12))\Big)$.

(b) $(u[n] - u[n-12])$ ㉔ $(u[n-24] - u[n])$ ㉔ $(u[n-6] - u[n])$.

Άσκηση 3: Δίνονται οι δύο ακολουθίες πεπερασμένου μήκους $x[n]$ και $h[n]$ του παρακάτω σχήματος. Έστω επίσης $X[k]$ και $H[k]$ οι διακριτοί μετασχηματισμοί Fourier (DFT) τους, μήκους $N = 6$ δειγμάτων, αντίστοιχα, όπως επίσης και οι μετασχηματισμοί Fourier διακριτού χρόνου (DTFT) τους, $X(e^{j\omega})$ και $H(e^{j\omega})$, αντίστοιχα. Σχεδιάστε τις ακολουθίες διακριτού χρόνου και πεπερασμένου μήκους που έχουν:

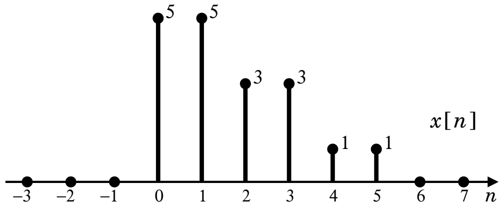
(a) DFT μήκους $N = 6$ που ισούται με $(-1)^k X[k] + (-1)^k H[k]$, για $0 \leq k \leq N-1$.

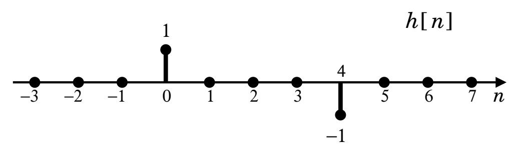
(b) DFT μήκους $N = 6$ που ισούται με $X[k]\, H[k]$, για $0 \leq k \leq N-1$.

(c) DFT μήκους $N = 6$ που ισούται με $\mathcal{R}eal\{X[k]\} + j\,\mathcal{I}mag\{H[k]\}$.

(d) DFT μήκους $N = 6$ ίσο με $X[k]$ ⑥ $H[k]$ (όπου ⑥ υποδηλώνει κυκλική συνέλιξη).

(e) DTFT ίσο με το γινόμενο $X(e^{j\omega})\, H(e^{j\omega})$.





Άσκηση 4: Σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησης FFT για ακολουθία μήκους $N = 16$, με την μέθοδο αποδεκατισμού στον χρόνο (decimation in time). Στη συνέχεια:

(a) Συγκρίνετε τον αριθμό προσθέσεων και πολ/σμών που απαιτούνται σε σχέση με αυτούς που βασίζονται στο μαθηματικό τύπο ορισμού του DFT.

(b) Εφαρμόστε σαν είσοδο στο παραπάνω διάγραμμα το σήμα $x[n] = \delta[n]$, και υπολογίστε τα $X[k]$ ($k = 0, \ldots, 16$) που προκύπτουν.

Άσκηση 5: Δίνεται το σήμα:

$$x[n] = \begin{cases} 0\,, & 0 \le n \le 8 \\ 1\,, & n = 9 \\ 0\,, & 10 \le n \le 17 \\ \cos(\pi\, n/3)\,, & 18 \le n \le 53 \\ 1\,, & n \text{ άρτιος, εντός } 54 \le n \le 71 \\ 0\,, & n \text{ περιττός, εντός } 54 \le n \le 71 \end{cases}$$

του οποίου θέλουμε να εκτιμήσουμε το φασματόγραμμα. Υπολογίστε (και σχεδιάσετε σε 3D) τα δείγματα

$$X[rR, k] = \sum_{m=0}^{L-1} x[rR + m]\, w[m]\, e^{-j\,(2\,\pi/N)\,k\,m}\,,$$

για $-\infty < r < \infty$ και $0 \le k \le N - 1$, όπου το $w[n]$ είναι το ορθογώνιο παράθυρο μήκους $L = 18$, ο DFT έχει μήκος $N = 18$, και η δειγματοληψία στο χρόνο γίνεται επίσης με $R = 18$.

Άσκηση 6: Έστω το σήμα $x[n] = \sum_{l=0}^{3} (-1)^l\, \delta\,[\,n - 4\,l\,]$. Σχεδιάστε το σήμα και στη συνέχεια το φασματόγραμμά του (3D):

$$X[\,rR, k\,] = \sum_{m=0}^{L-1} x[\,rR + m\,]\, w[\,m\,]\, e^{-j\,(2\,\pi/N)\,k\,m}$$

(για $-\infty < r < \infty$ και $0 \le k \le N - 1$, όπου το $w[n]$ είναι το ορθογώνιο παράθυρο μήκους L), υπολογίζοντας τις τιμές του για τις εξής δύο περιπτώσεις:

(a) $N = L = R = 4$.

(b) $N = L = R = 8$.