

Όν/μο:

Υπογρ.:

ΑΜ:

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Κλειστά βιβλία/σημειώσεις. Κλειστά κινητά & υπολογιστές (calculators).

Θέμα 1: (30%) Έστω η συστοιχία δύο παράλληλων φίλτρων (filterbank) με αποκρίσεις:

$$H_1(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < |\omega| \leq \pi \end{cases}, \quad H_2(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & |\omega| \leq \pi/2 \\ 1, & \pi/2 < |\omega| \leq \pi \end{cases}.$$

Στα φίλτρα αυτά εφαρμόζεται ως είσοδος το σήμα:

$$x[n] = \frac{1}{\pi n} \left(\sin\left(\frac{\pi n}{6}\right) + \sin\left(\frac{5\pi n}{6}\right) - \sin\left(\frac{2\pi n}{3}\right) \right),$$

και στη συνέχεια μειώνεται ο ρυθμός δειγματοληψίας στις εξόδους κατά 2, λαμβάνοντας τελικά τα σήματα $y_1[n]$ και $y_2[n]$, αντίστοιχα. Ποια είναι τα σήματα αυτά;

Θέμα 2: (30%) Έστω FIR φίλτρο γραμμικής φάσης τύπου II, για το οποίο ισχύει $h[n] = h[M - n]$, για $n = 0, 1, \dots, M$ (0 αλλού), με M περιττό, και για το οποίο επίσης γνωρίζουμε ότι έχει πραγματική κρουστική απόκριση, συνολικά 5 μηδενικά, ένα εκ των οποίων βρίσκεται στη θέση $j\sqrt{3}$. Επίσης, έχει απόκριση $y[n] = 32$ σε είσοδο $x[n] = 1$.

- Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ του φίλτρου.
- Ποια είναι η φάση της απόκρισης συχνότητάς του;
- Σχεδιάστε το διάγραμμα πόλων και μηδενικών του.
- Ποια είναι η έξοδος του όταν η είσοδος είναι $x[n] = (-1)^n$;
- Σχεδιάστε διάγραμμα υλοποίησής του με τους λιγότερους δυνατούς πολλαπλασιαστές.

Θέμα 3: (40%) Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα:

- Έστω ευσταθές φίλτρο συνεχούς χρόνου με συνάρτηση μεταφοράς $H_c(s) = (s+1)^{-3}$, το οποίο επιθυμούμε να μετατρέψουμε σε φίλτρο διακριτού χρόνου με τη μέθοδο της αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης (impulse invariance), χρησιμοποιώντας περίοδο δειγματοληψίας $T = 2$. Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς, $H(z)$, του φίλτρου που προκύπτει.
- Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $H(z)$ ενός κατωπερατού (lowpass) φίλτρου Butterworth τάξης $N = 2$ και με συχνότητα απόσβεσης στα 3 dB ίση με $\omega_c = \sqrt{2}$, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης (impulse invariance). Στη συνέχεια, σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησής του σε κανονική μορφή (direct form II).