

Ον/μο:

Υπογρ.:

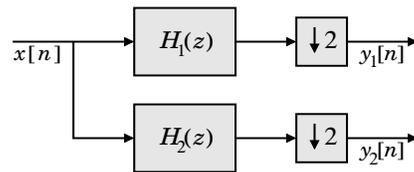
ΑΜ:

ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ: Κλειστά βιβλία/σημειώσεις. Κλειστά κινητά & υπολογιστές (calculators). Απαιτείται η τήρηση αλφαβητικής κατανομής: Α-Λ → Αιθ. Σήμα, Μ-Ω → Αμφ. Σαράτση.

Θέμα 1: (18%) Έστω η συστοιχία φίλτρων (filterbank) του παρακάτω σχήματος, με:

$$H_1(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \pi/2 \\ 0, & \pi/2 < |\omega| \leq \pi, \end{cases}$$

$$H_2(e^{j\omega}) = \begin{cases} 0, & |\omega| \leq \pi/2 \\ 1, & \pi/2 < |\omega| \leq \pi. \end{cases}$$



Βρείτε τις εξόδους $y_1[n]$ και $y_2[n]$, σε είσοδο $x[n] = \cos(3\pi n/4) + \frac{\sin(\pi n/4)}{\pi n}$.

Θέμα 2: (18%) Έστω αιτιατό FIR φίλτρο με τις εξής ιδιότητες:

- Είναι γραμμικής φάσης τύπου III με $M = 6$, δηλ. $h[n] = -h[6-n]$, για $n = 0, 1, \dots, 6$.
- Έχει πραγματική κρουστική απόκριση ($h[n] \in \mathcal{R}$).
- Ένα από τα μηδενικά του βρίσκεται στη θέση $+j\sqrt{2}$.
- Η απόκριση συχνότητάς του στο $\omega = \pi/2$ ισούται με $H(e^{j\omega})|_{\omega=\pi/2} = -2$.

Με βάση τις παραπάνω πληροφορίες:

- (a) Προσδιορίστε όλα τα μηδενικά του και σχεδιάστε το διάγραμμα πόλων και μηδενικών του.
- (b) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του, $H(z)$.
- (c) Σχεδιάστε ένα διάγραμμα υλοποίησής του, εκμεταλλευόμενοι τη συμμετρία της κρουστικής του απόκρισης, χρησιμοποιώντας 2 πολ/στές (αγνοήστε πολ/σμούς με -1).

Θέμα 3: (20%) Θεωρούμε το *κατωπερατό* (lowpass) φίλτρο Butterworth τάξης $N = 3$ και με συχνότητα απόσβεσης στα 3 dB ίση με $\omega_c = \pi/2$, σχεδιασμένο χρησιμοποιώντας τη μέθοδο του δι-γραμμικού μετασχηματισμού (bilinear transform):

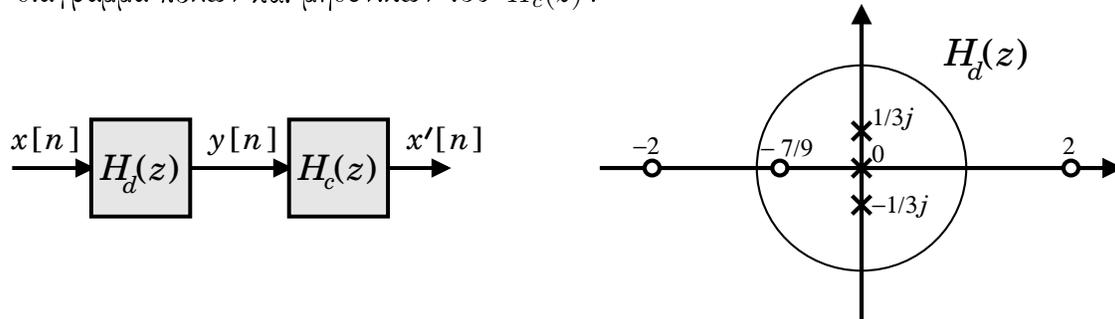
- (a) Υπολογίστε τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου, $H(z)$.
- (b) Σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησής του σε *κανονική μορφή* (direct form II).
- (c) Σχεδιάστε το διάγραμμα μηδενικών και πόλων του.

ΥΠΟΔΕΙΞΗ: Οι ενδιάμεσες πράξεις προκύπτουν πιο εύκολα αν αποφύγετε την πλήρη ανάπτυξη του παρονομαστή της $H_c(s)$, κρατώντας τον κατάλληλα ως γινόμενο δύο πολυωνύμων (με πραγματικούς συντελεστές) πριν εφαρμόσετε το δι-γραμμικό μετασχηματισμό.

Θέμα 4: (18%) Έστω ένα σήμα $x[n]$ υφίσταται μία μη επιθυμητή παραμόρφωση (π.χ., κατά τη μετάδοσή του μέσω ενός καναλιού) από ένα φίλτρο, $H_d(z)$, που έχει διάγραμμα πόλων και μηδενικών όπως στο σχήμα, δίνοντας στην έξοδο ένα αλλοιωμένο σήμα $y[n]$. Γνωρίζουμε επίσης για το φίλτρο αυτό, ότι η έξοδός του σε είσοδο $x[n] = (-1)^n$ ισούται με το σήμα εισόδου, δηλ. $y[n] = (-1)^n$.

(a) Προσδιορίστε τη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου, $H_d(z)$.

(b) Προσδιορίστε τη συνάρτηση μεταφοράς ευσταθούς και αιτιατού φίλτρου, $H_c(z)$, το οποίο, όταν εφαρμοστεί στην έξοδο του παραμορφωμένου σήματος, $y[n]$, δίνει σήμα $x'[n]$ με το ίδιο μέτρο φάσματος όπως του σήματος εισόδου, δηλ. $|X'(e^{j\omega})| = |X(e^{j\omega})|$, αντισταθμίζοντας δηλ. μερικώς την παραμόρφωση του $x[n]$ από το $H_d(z)$. Σχεδιάστε επίσης το διάγραμμα πόλων και μηδενικών του $H_c(z)$.



Θέμα 5: (26%) Τα παρακάτω ερωτήματα είναι ανεξάρτητα:

(a) Βρείτε την κυκλική συνέλιξη μήκους 24 δειγμάτων (σε κλειστή μορφή, όχι αριθμητικά!),

$$\left(\delta[n - 6] \right) \circledast \left((u[n] - u[n - 24]) \cos(\pi n/4) \right),$$

(δηλ. έχοντας θεωρήσει το σήμα $\cos(\pi n/4)$ μηδενικό εκτός του διαστήματος $[0, 23]$).

(b) Έστω το σήμα $x[n] = \sin(\pi n/12)$, με $-\infty < n < +\infty$, του οποίου το φάσμα θέλουμε να υπολογίσουμε χρησιμοποιώντας τη μέθοδο της παραθύρωσης και το μετασχηματισμό DFT. Για το σκοπό αυτό διαλέγουμε δύο τύπους παραθύρων:

- Το ορθογώνιο παράθυρο μήκους 24 δειγμάτων, $w_{23}^{(R)}[n]$.
- Το τροποποιημένο παράθυρο Hamming μήκους 24 δειγμάτων, που προκύπτει από το τυπολόγιο με $M = 24$, αλλά μηδενίζοντας τον τελευταίο συντελεστή, $w_{24}^{(H)}[24] = 0$.

Και στις δύο περιπτώσεις, δηλ., θεωρούμε ότι καταλήγουμε με 24 δείγματα του σήματος στο διάστημα $[0, 23]$ πολλαπλασιασμένα με την αντίστοιχη συνάρτηση του παραθύρου, δηλ. τα $x[n]w[n]$, για $n = 0, 1, 2, \dots, 23$. Υπολογίστε και σχεδιάστε τα φάσματα, $X_w[k]$, για $k = 0, 1, 2, \dots, 23$, του παραθυρωμένου σήματος στις δύο περιπτώσεις με χρήση DFT μήκους 24 δειγμάτων. Σχολιάστε τυχόν διαφορές που παρατηρείτε.