

Οι ασκήσεις, γραπτές ή τυπωμένες, παραδίδονται στην έναρξη του μαθήματος της Τρίτης, 16/12, στις **14:15**. Επισημαίνεται ότι οι εργασίες είναι ατομικές.

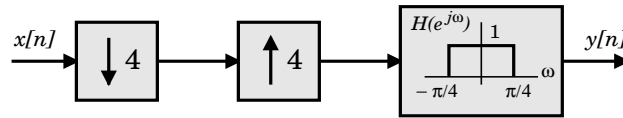
**Άσκηση 1:** Στο σήμα συνεχούς χρόνου  $x_c(t) = \sin(10\pi t) + \cos(20\pi t)$  έχει γίνει δειγματοληψία με περίοδο  $T$  και, ως αποτέλεσμα, έχει προκύψει το σήμα διακριτού χρόνου

$$x[n] = \sin\left(\frac{\pi n}{5}\right) + \cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right).$$

Βρείτε την περίοδο δειγματοληψίας. Είναι μοναδική; Αν όχι, εντοπίστε και δεύτερη κατάλληλη περίοδο  $T$ , συμβατή με τα παραπάνω. Θα υπάρχει φαινόμενο αναδίπλωσης (aliasing) κατά την ανακατασκευή του σήματος συνεχούς χρόνου από το σήμα διακριτού χρόνου;

**Άσκηση 2:** Ποια είναι η έξοδος  $y[n]$  του συστήματος του σχήματος σε είσοδο

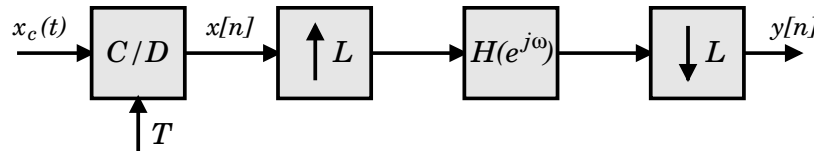
$$x[n] = \left[ 2 \frac{\sin(\pi n/8)}{\pi n} \right]^2 ;$$



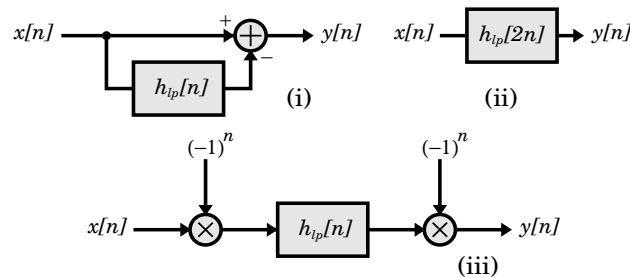
**Άσκηση 3:** Στο σύστημα του παρακάτω σχήματος, έχουμε:

$$X_c(j\Omega) = 0, \text{ για } |\Omega| \geq \pi/T, \text{ και } H(e^{j\omega}) = \begin{cases} e^{-j\omega}, & |\omega| \leq \pi/L \\ 0, & \pi/L < |\omega| \leq \pi \end{cases}.$$

Εκφράστε το  $y[n]$  ως συνάρτηση του  $x_c(t)$ .

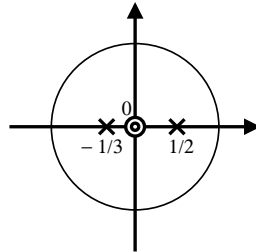


**Άσκηση 4:** Έστω  $h_{lp}[n]$  η κρουστική απόκριση ενός ιδανικού κατωπερατού φίλτρου με συχνότητα αποκοπής  $\omega_c = \pi/4$  και κέρδος στη ζώνη διάβασης ίση με 1. Σχεδιάστε την απόκριση συχνότητας των παρακάτω τριών συστημάτων που απεικονίζονται στα υπο-σχήματα (i), (ii), και (iii). [Στο τρίτο σχήμα, το  $\times$  υποδηλώνει πολλαπλασιασμό στο χρόνο.]

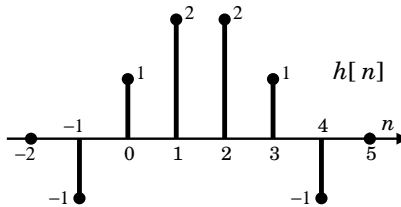


**Άσκηση 5:** Έστω το αιτιατό Γ.Χ.Α. σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς  $H(z)$ , το οποίο έχει διάγραμμα μηδενικών και πόλων που δίνεται στο παραπάνω σχήμα (δεξιά), και για το οποίο επίσης γνωρίζουμε ότι  $H(z) = 6$  για  $z = 1$ .

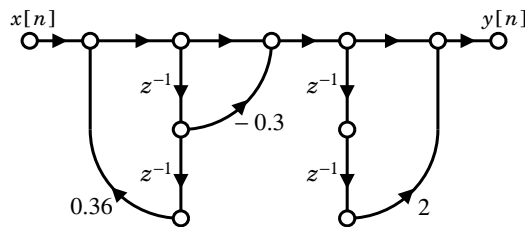
- Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς  $H(z)$  του συστήματος.
- Υλοποιήστε τη συνάρτηση μεταφοράς σε κανονική μορφή II (direct form II) και εν παραλλήλω (parallel).
- Βρείτε την απόκριση του συστήματος σε είσοδο  $x[n] = u[n] - 0.5u[n - 1]$ .



**Άσκηση 6:** Ποια είναι η καθυστέρηση ομάδας του γραμμικά χρονικά αναλλοίωτου συστήματος με κρουστική απόκριση που δίνεται στο παρακάτω σχήμα; Βρείτε επίσης την απόκριση συχνότητας του συστήματος.



**Άσκηση 7:** Στο παρακάτω σχήμα δίνεται το διάγραμμα υλοποίησης ενός αιτιατού, γραμμικού και χρονικά αναλλοίωτου συστήματος.



- Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς του,  $H(z)$ , και σχεδιάστε το διάγραμμα μηδενικών και πόλων του συστήματος.
- Σχεδιάστε το διάγραμμα υλοποίησής του σε κανονική μορφή (direct form) I και II.
- Εκφράστε τη συνάρτηση μεταφοράς ως γινόμενο συστήματος ελάχιστης φάσης (minimum phase),  $H_{\min}(z)$ , και ολοπερατού (all pass),  $H_{\text{ap}}(z)$ , και σχεδιάστε τα διαγράμματα πόλων/μηδενικών τους.

**Άσκηση 8:** Έστω το αιτιατό φίλτρο συνεχούς χρόνου με συνάρτηση μεταφοράς

$$H_c(s) = \frac{s + a}{(s + a)^2 + b^2} ,$$

όπου  $a, b \in \mathcal{R}$ , και  $a > 0$ . Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς  $H(z)$  και την κρουστική απόκριση  $h[n]$  του φίλτρου διακριτού χρόνου, που προκύπτει από το παραπάνω φίλτρο συνεχούς χρόνου με την εφαρμογή της μεθόδου της αμετάβλητης κρουστικής απόκρισης (impulse invariance), δηλαδή  $h[n] = T h_c(nT)$ , όπου  $h_c(t)$  είναι η κρουστική απόκριση του φίλτρου συνεχούς χρόνου.

**Άσκηση 9:** Επιθυμούμε να σχεδιάσουμε ένα ζωνοπερατό φίλτρο με κρουστική απόκριση πεπερασμένου μήκους (FIR bandpass filter) που να ικανοποιεί τις συνθήκες

$$0.98 < |H(e^{j\omega})| < 1.02 , \quad \text{για} \quad 0.35\pi \leq |\omega| \leq 0.60\pi$$

και

$$|H(e^{j\omega})| < 0.01 , \quad \text{για} \quad 0 \leq |\omega| \leq 0.25\pi \quad \text{και} \quad 0.65\pi \leq |\omega| \leq \pi ,$$

χρησιμοποιώντας την μέθοδο της παραθύρωσης. Διαλέξτε ένα κατάλληλο παράθυρο για τον σκοπό αυτό (καθορίζοντας το είδος και το μήκος του) και γράψτε τη μαθηματική εξίσωση της κρουστικής απόκρισής του, χωρίς όμως να υπολογίσετε τις τιμές αυτής.

**Άσκηση 10:** Σχεδιάστε ένα υψιπερατό (highpass) φίλτρο Butterworth τάξης 1 με συχνότητα στην απόσβεση 3 dB ίση με  $\omega_c = 0.5\pi$ . Χρησιμοποιείστε τον δι-γραμμικό μετασχηματισμό σχεδιάζοντας πρώτα το αντίστοιχο κατωπερατό φίλτρο και στη συνέχεια μετατρέποντάς το στο ζητούμενο με τον κατάλληλο μετασχηματισμό της συνάρτησης μεταφοράς του.