

ΘΕΩΡΙΑ ΣΗΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

6^Η ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

1. Θεωρήστε την παρακάτω συνάρτηση μεταφοράς:

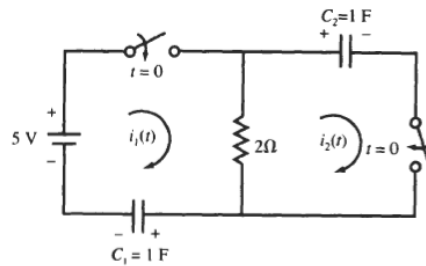
$$H(s) = \frac{5(s - 3)}{(s + 2)(s^2 - 2s + 5)}$$

- Να ζωγραφίσετε το διάγραμμα των πόλων και μηδενικών της.
 - Να βρείτε την αντίστοιχη διαφορική εξίσωση του συστήματος.
 - Αν το σύστημα είναι *αιτιατό*, να βρείτε την κρουστική του απόκριση.
 - Αν είναι *ευσταθές*, να βρείτε την κρουστική του απόκριση.
2. Λύστε την δευτέρας τάξης γραμμική διαφορική εξίσωση:

$$y''(t) + 5y'(t) + 6y(t) = x(t)$$

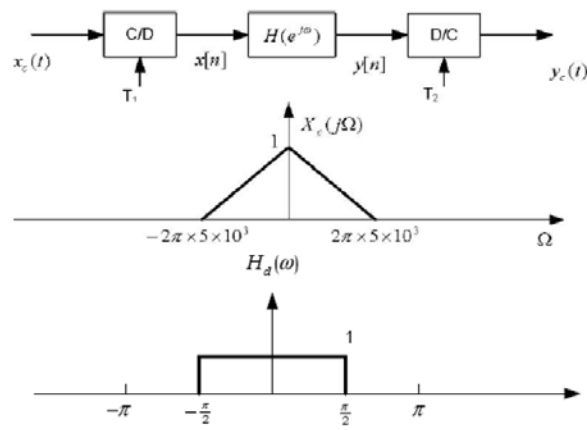
Με αρχικές συνθήκες $y(0)=2$ και $y'(0)=1$ και $x(t)=e^{-t}u(t)$. (Θεωρήστε ότι $y(0)=y(0^-)$ και $y'(0)=y'(0^-)$).

3. Θεωρήστε το κύκλωμα της εικόνας 1. Οι δυο διακόπτες κλείνουν ταυτόχρονα τη χρονική στιγμή $t=0$. Η τάση στους πυκνωτές C_1 και C_2 πριν κλείσουν οι διακόπτες είναι 1V και 2V αντίστοιχα.
- Βρείτε τα ρεύματα $i_1(t)$ και $i_2(t)$.
 - Βρείτε την τάση στους πυκνωτές την χρονική στιγμή $t=0^+$.



Εικόνα 1

4. Να βρείτε τον DFT του $x(n) = \cos(n\omega_0)$. Να εξετάσετε τις περιπτώσεις όπου $\omega_0 = 2\pi k_0/N$ και $\omega_0 \neq 2\pi k_0/N$.
5. Για το παρακάτω σύστημα να ζωγραφίσετε τον DTFT των $x(n), y(n), y_c(t)$ για a) $T_1=T_2=10^{-4}$, b) $T_1=T_2=0.5 \times 10^{-4}$. Να δώσετε πολύ μεγάλη προσοχή στις συχνότητες των αξόνων των μετασχηματισμών.



Εικόνα 2

6. Δείξτε ότι εάν το $x[n]$ είναι πραγματικό τότε ο DFT του $X[k]$ ικανοποιεί τη σχέση:

$$X[N-k] = X^*[k]$$

Όπου το $*$ δηλώνει τον συζυγή.

7. Δείξτε ότι:

$$x[n] = \text{IDFT}\{X[k]\} = \frac{1}{N} [\text{DFT}\{X^*[k]\}]^*$$

Όπου το $*$ δηλώνει τον συζυγή και $X[k] = \text{DFT}\{x[n]\}$.

Προσοχή! Οι ασκήσεις είναι ατομικές.