

1η σειρά ασκήσεων Θεωρία Σημάτων και Συστημάτων

1) (α) Να υπολογίσετε το πραγματικό και φανταστικό μέρος των παρακάτω αριθμών.

$$z_1 = e^{4+j\pi} \quad z_2 = e^{-j3\pi/2} \quad z_3 = (2-j)^4 \quad z_4 = 5je^{\ln(3)}$$

(β) Να εκφράσετε τους παρακάτω αριθμούς σε πολική μορφή:

$$z_1 = \sqrt{3} + j \quad z_2 = e^\pi + j$$

2) (α) Να βρείτε το πλάτος και τη φάση των παρακάτω αριθμών:

$z_1 = \frac{x}{y}$, $z_2 = xy$ όταν οι x, y είναι μιγαδικοί αριθμοί εκφρασμένοι σε πολικές συντεταγμένες. Να επαναλάβετε για τους x, y εκφρασμένους συναρτήσει καρτεσιανών συντεταγμένων.

(β) Με βάση το (2α) να υπολογίσετε τα παρακάτω:

$$z_1 = \frac{4+j2}{\sqrt{2-j}} \quad \text{σε πολική μορφή}$$

$$z_2 = (0.5+j2)(2+j8) \quad \text{σε καρτεσιανή μορφή.}$$

3) Να δείξετε ότι $z^n = r^n(\cos(n\theta) + j\sin(n\theta))$ για μιγαδικό αριθμό $z = re^{j\theta}$.

4) Να αποδείξετε τις παρακάτω τριγωνομετρικές ισότητες:

$$(\alpha) \quad \cos(2\theta) = \cos^2(\theta) - \sin^2(\theta)$$

$$(\beta) \quad \sin(2\theta) = 2\cos(\theta)\sin(\theta)$$

$$(\gamma) \quad \cos(3\theta) = \cos^3(\theta) - 3\sin^2(\theta)\cos(\theta) = 4\cos^3(\theta) - 3\cos(\theta)$$

5) Να βρείτε αν οι παρακάτω αριθμοί είναι πραγματικοί ή φανταστικοί:

$$(\alpha) \quad \cos(i\theta)$$

$$(\beta) \quad i\sin(i\theta)$$