

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΡ. ΦΟΙΤΗΤΙΚΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ/ΑΡ. ΜΗΤΡΩΟΥ:

- Αυτή η εξέταση προόδου γίνεται με κλειστά βιβλία/σημειώσεις. Επιτρέπεται να έχετε μαζί σας 2 βοηθητικές σελίδες Α4 (1 κόλλα μπρος-πίσω) με προσωπικές σας σημειώσεις.
- Μην ξεχάσετε να γράψετε το όνομά σας και τον αριθμό φοιτητικής ταυτότητας, όπως επίσης και να αριθμήσετε τις σελίδες που θα παραδώσετε.
- Υπάρχουν δύο μέρη σε αυτή την εξέταση. Το πρώτο μέρος είναι το βασικό.

Μέρος	Μέγιστος αριθμός μονάδων	Ο δικός σας βαθμός
I	20	
II	100	
Σύνολο	120	

Μέρος I:

Ια) (20 μονάδες) Να βρείτε αν τα παρακάτω συστήματα είναι γραμμικά, χρονικά αμετάβλητα, αιτιατά και ΦΕΦΕ ευσταθή:

α) $y(t) = \sqrt{x(t)}$ β) $y(t) = x(t)x(t+2)$ γ) $y(t) = 3x(t)+9$ δ) $y(t) = tx(t)$

Μέρος II:

ΙΙα) (20 μονάδες) Να αναπτύξετε σε εκθετική ή τριγωνομετρική σειρά Fourier το παρακάτω περιοδικό σήμα

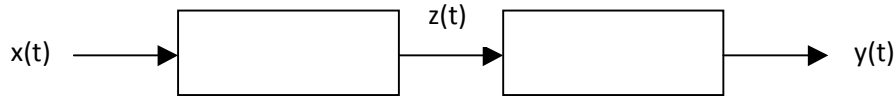
$$x(t + 2k\pi) = x(t), \quad \forall k \in \mathbb{Z}$$
$$x(t) = t^2, \quad -\pi \leq t < \pi$$

Να χρησιμοποιήσετε το θεώρημα Parseval για να υπολογίσετε το άθροισμα

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4}$$

IIb) (20 μονάδες) Δίνεται σήμα διακριτού χρόνου $x(n)$ με μετασχηματισμό Z, $X(z)$, και περιοχή σύγκλισης $r_0 < |z| < r_1$. Να βρείτε το μετασχηματισμό Z (μαζί με την περιοχή σύγκλισης) του σήματος διακριτού χρόνου $y(n) = 3^n[x(n)+u(n)]$ συναρτήσει του $X(z)$.

IIc) (20 μονάδες) Έστω το παρακάτω σύστημα, που αποτελείται από 2 επιμέρους υποσυστήματα



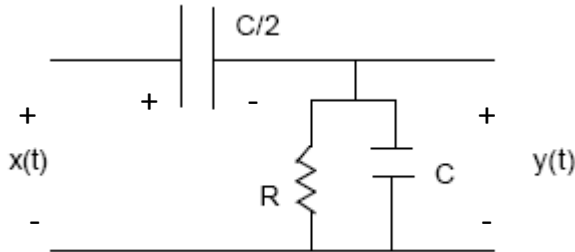
τα οποία χαρακτηρίζονται από τις εξής εξισώσεις εισόδου-εξόδου:

$$z(t) = \int_{t-3}^t x(\tau) d\tau \quad y(t) = \int_{t-3}^t z(\tau) d\tau$$

- Υπολογίστε και σχεδιάστε την κρουστική απόκριση του συνολικού συστήματος και την συνάρτηση μεταφοράς, $H(\Omega)$.
- Αποφανθείτε αν το σύστημα είναι αιτιατό ή/και ΦΕΦΕ ευσταθές.
- Έστω ότι η είσοδος του συστήματος είναι $x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(t - k6)$. Να υπολογίσετε ή να δώσετε γραφικά την έξοδο του συστήματος.

IIId) (20 μονάδες) Θεωρήστε το παρακάτω ηλεκτρικό κύκλωμα

- Να βρείτε τη διαφορική εξίσωση ανάμεσα στην είσοδο (τάση $x(t)$) και την έξοδο (τάση $y(t)$).
- Για $R=1k\Omega$, $C=10^{-5}F$, να βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς, $H(s)$.
- Να βρείτε την έξοδο $y(t)$ για είσοδο $x(t)=e^{-t}u(t)$ και αρχικές συνθήκες $v_c(0) = 1V$, $v_{c/2}(0) = 2V$.



IIe) (20 μονάδες) Η συνάρτηση μεταφοράς ενός αιτιατού συστήματος διακριτού χρόνου είναι η παρακάτω

$$H(z) = \frac{z^2 + \frac{1}{4}z}{z^2 - z + \frac{1}{4}}$$

Να υπολογίσετε την κρουστική απόκριση του συστήματος. Είναι το σύστημα ΦΕΦΕ-ευσταθές?
Να υπολογίσετε την έξοδο του συστήματος όταν η είσοδος είναι το σήμα

$$e^{j\frac{\pi}{4}n} = \cos\left(\frac{\pi}{4}n\right) + j \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right)$$