Π.Θ.
ΤΗΜΜΥ

ΗΥ241: ΣΗΜΑΤΑ & ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

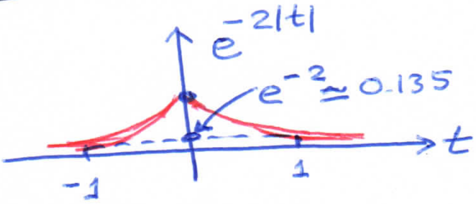
ΛΥΣΕΙΣ 1ου ΣΕΤ ΑΣΚΗΣΕΩΝ

ΕΞ.: 2016-17
ΕΑΡΙΝΟ

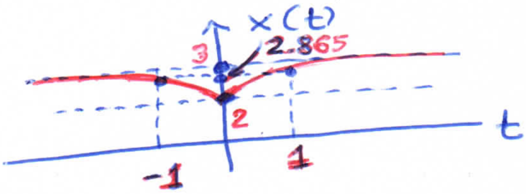
1.1.a

$x(t) = 3 - e^{-2|t|} \Longrightarrow$ ΣΧΕΔΙΟ + ΕΝΕΡΓΕΙΑ/ΙΣΧΥΣ

• ΣΧΕΔΙΟ:



$\Longrightarrow$



• Γνωρίζουμε ότι το $e^{-2|t|}$ είναι σήμα ενέργειας, και το σταθερό σήμα 3 είναι σήμα ισχύος. Περιμένουμε κατά συνέπεια το $x(t)$ να είναι σήμα ισχύος με $P_\infty = 9$

• Απόδειξη:

$$P_T = \frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} \left|3 - e^{-2|t|}\right|^2 dt \overset{\text{λόγω αρτιότητας}}{=} \frac{2}{2T}\int_0^T \left(3 - e^{-2t}\right)^2 dt$$

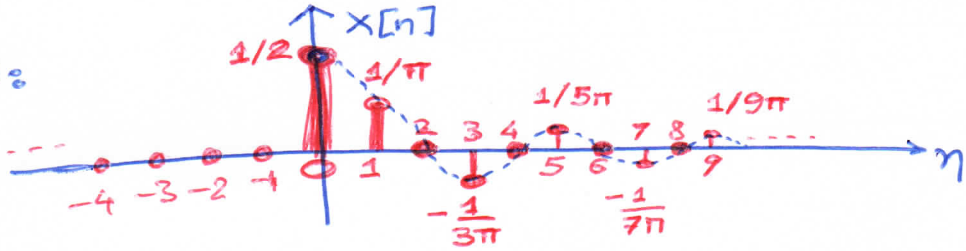
$$= \frac{1}{T}\int_0^T \left(9 - 6e^{-2t} + e^{-4t}\right)dt = \frac{1}{T}\left[9t\Big|_0^T + 3e^{-2t}\Big|_0^T - \frac{1}{4}e^{-4t}\Big|_0^T\right] =$$

$$= \frac{1}{T}\left[9T + 3e^{-2T} - 3 - \frac{1}{4}e^{-4T} + \frac{1}{4}\right] = \frac{1}{T}\left[9T + 3e^{-2T} - \frac{1}{4}e^{-4T} - \frac{11}{4}\right]$$

$$\Longrightarrow P_\infty = \lim_{T\to\infty} P_T = 9 + \underbrace{\lim_{T\to\infty}\frac{3e^{-2T}}{T}}_{=0} - \underbrace{\lim_{T\to\infty}\frac{e^{-4T}}{4T}}_{=0} = \boxed{9}$$

1.1.b $\quad x[n] = \dfrac{\sin(\pi n/2)}{\pi n} \cdot u[n] \Rightarrow$ ΣΧΕΔΙΟ + ΕΝ./ΙΣΧΥΣ ?

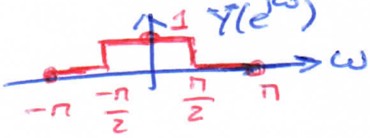
• **ΣΧΕΔΙΟ:**



• Υποψιαζόμαστε ότι πρόκειται για σήμα ενέργειας, καθώς το $x[n]$ είναι ένα κομμάτι του sinc function. Για το τελευταίο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το θεώρημα Parseval και τον μετασχηματισμό DTFT.

• Ορίζουμε $y[n] = \dfrac{\sin(\pi n/2)}{\pi n} \xleftrightarrow{\text{DTFT}} Y(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \le \frac{\pi}{2} \\ 0, & \frac{\pi}{2} < |\omega| \le \pi \end{cases}$

[περιοδικό με περίοδο 2π]



• Άρα, από Parseval:

$$\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y^2[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/2}^{\pi/2} d\omega = \frac{1}{2} \quad (1)$$

• Επίσης $\displaystyle\sum_{n=-\infty}^{+\infty} y^2[n] = 2\sum_{n=0}^{+\infty} y^2[n] - \frac{1}{4} = 2\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n] - \frac{1}{4} \quad (2)$

(βλέπε σχήμα)

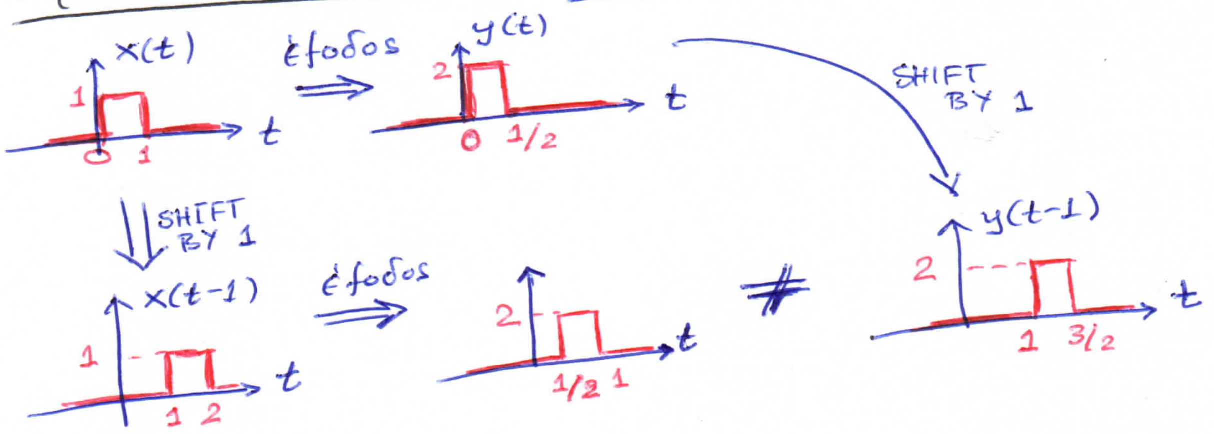
• Από (1), (2) $\Rightarrow$ $\displaystyle E_\infty = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x^2[n] = \frac{1}{2}\sum_{-\infty}^{+\infty} y^2[n] + \frac{1}{8} = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{8}$

$$\Rightarrow \boxed{E_\infty = \frac{3}{8}}$$

1.2.a $\quad y(t) = x(2t) + 1$

- **Γραμμικό?** Όχι, γιατί η έξοδος στο σήμα $x_1(t) + x_2(t)$ είναι $x_1(2t) + x_2(2t) + 1 \neq [x_1(2t)+1] + [x_2(2t)+1]$

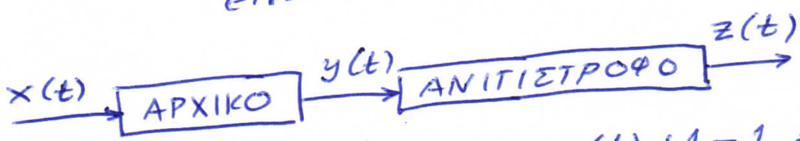
- **Χρονικά αναλλοίωτο?** Όχι, για παράδειγμα:



- **Αιτιατό?** Παρατηρούμε ότι $y(+1) = x(2) + 1$, δηλ. η έξοδος τη χρονική στιγμή 1 εξαρτάται από μελλοντική είσοδο (χρονική στιγμή 2).
  Άρα δεν είναι αιτιατό.

- **Ευσταθές?** Για φραγμένη είσοδο $|x(t)| < B_x,\ \forall t \Rightarrow$
  $$\Rightarrow |x(2t)| < B_x \Rightarrow |y(t)| < |x(2t)| + 1 = B_x + 1 \equiv B_y,\ \forall t$$
  Άρα είναι ευσταθές.

- **Αντιστρέψιμο?** Το σύστημα με σχέση εισόδου-εξόδου: $\boxed{y(t) = x(\tfrac{t}{2}) - 1}$ είναι το αντίστροφο του δοθέντος.



$$z(t) = y(\tfrac{t}{2}) - 1 = x(t) + 1 - 1 = x(t)$$

$y(\tfrac{t}{2}) = x(t) + 1$

1.2.b $\quad y[n]=\frac{1}{3}\left(x[n-1]+x[n]+x[n+1]\right)$

• **Γραμμικό:**

$$x_1[n] \longrightarrow y_1[n]=\frac{1}{3}\left(x_1[n-1]+x_1[n]+x_1[n+1]\right)$$
$$x_2[n] \longrightarrow y_2[n]=\frac{1}{3}\left(x_2[n-1]+x_2[n]+x_2[n+1]\right)$$
$$ax_1[n]+bx_2[n] \longrightarrow y[n]=\frac{1}{3}\left(ax_1[n-1]+\beta x_2[n-1]+ax_1[n]+\beta x_2[n]+ a x_1[n+1]+\beta x_2[n+1]\right)=$$
$$=a\cdot\frac{1}{3}\left(x_1[n-1]+x_1[n]+x_1[n+1]\right)+$$
$$\beta\cdot\frac{1}{3}\left(x_2[n-1]+x_2[n]+x_2[n+1]\right)=$$
$$=a\,y_1[n]+\beta\,y_2[n]$$

$\boxed{\text{ΑΡΑ, ΕΙΝΑΙ ΓΡΑΜΜΙΚΟ}}$

• **Χρονικά Αναλλοίωτο:** NAI, γιατι η έξοδος σε σήμα $x[n-k]$ είναι η
$\frac{1}{3}\left(x[n-k-1]+x[n-k]+x[n-k+1]\right)=y[n-k]$
όπου $y[n]=\frac{1}{3}\left(x[n-1]+x[n]+x[n+1]\right)$ (έξοδος στο $x[n]$)

• **Αιτιατό:** ΟΧΙ, γιατί η έξοδος κάθε χρονική στιγμή n εξαρτάται και από την είσοδο της χρονικής στιγμής $n+1$ $(>n)$.

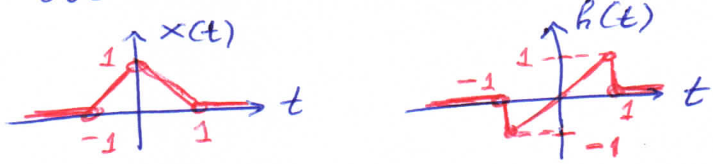
• **Ευσταθές:** NAI, γιατί $|x[n]|<B_x,\ \forall n \Longrightarrow$
$$\Longrightarrow |y[n]|=\frac{1}{3}\left|x[n-1]+x[n]+x[n+1]\right|<$$
$$<\frac{1}{3}|x[n-1]|+\frac{1}{3}|x[n]|+\frac{1}{3}|x[n+1]|$$
$$<\frac{1}{3}B_x+\frac{1}{3}B_x+\frac{1}{3}B_x=B_x\equiv B_y,\ \forall n.$$

• **Αντιστρέψιμο:** ΟΧΙ, γιατί δύο διαφορετικά σήματα εισόδου:
$x_1[n]=1,\ \forall n$
$x_2[n]=\begin{cases}3, & n=3k\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases}$
δίνουν ίδια έξοδο: $y[n]=1,\ \forall n$

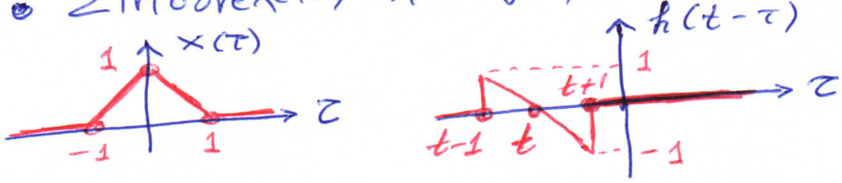
1.3.a

$$x(t) = (1-|t|)\,(u(t+1)-u(t-1))$$
$$h(t) = t\,(u(t+1)-u(t-1))$$
$$\Longrightarrow y(t) = x(t) * h(t) \; ?$$

- Σχεδιάζουμε τα δύο σήματα, παρατηρώντας ότι το $(u(t+1)-u(t-1))$ ουσιαστικά τα "περιορίζει" εντός του $[-1, 1]$:



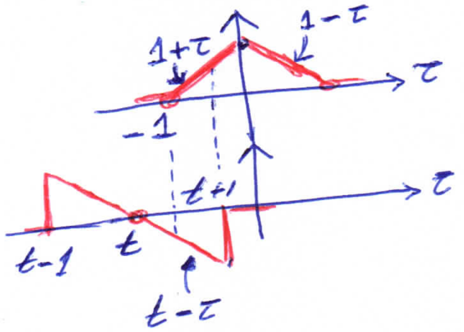
- Στη συνέχεια, σχεδιάζουμε τα $x(\tau)$ & $h(t-\tau)$ ως συνάρτηση του τ:



- Στη συνέχεια, υπολογίζουμε τη συνέλιξη στα διάφορα διαστήματα ενδιαφέροντος:

- Προφανώς για $t+1 \leq -1 \Leftrightarrow \boxed{t \leq -2}$ ή $t-1 \geq 1 \Leftrightarrow \boxed{t \geq 2}$ δεν υπάρχει επικάλυψη, οπότε $y(t) = 0$

- Για $-1 \leq t+1 \leq 0 \Leftrightarrow \boxed{-2 \leq t \leq -1}$, $\quad y(t) = \displaystyle\int_{-1}^{t+1} (1+\tau)(t-\tau)\,d\tau$



$$= \int_{-1}^{t+1} \left(-\tau^2 + \tau(t-1) + t\right) d\tau =$$

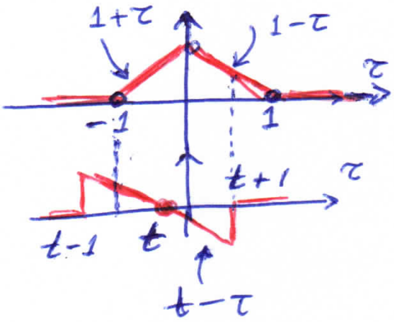
$$= \left[-\frac{\tau^3}{3} + \frac{\tau^2(t-1)}{2} + t\tau\right]_{-1}^{t+1} =$$

$$= -\frac{(t+1)^3}{3} + \frac{(t+1)^2(t-1)}{2} + t(t+1) - \frac{1}{3} - \frac{t-1}{2} + t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow y(t) = -\frac{t^3}{3} - t^2 - t - \frac{1}{3} + \frac{t^3}{2} + \frac{t^2}{2} - \frac{t}{2} - \frac{1}{2} + t^2 + t - \frac{1}{3} - \frac{t}{2} + \frac{1}{2} + t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t) = \frac{t^3}{6} + \frac{t^2}{2} - \frac{2}{3}}$$

- Για $-1 \le t+1 \le 1 \iff \boxed{-1 \le t \le 0}$,



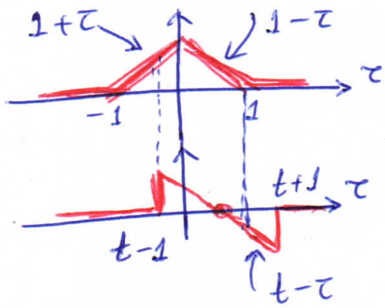
$$y(t)=\int_{-1}^{0}(1+\tau)(t-\tau)\,d\tau + \int_{0}^{t+1}(1-\tau)(t-\tau)\,d\tau$$

$$=\left[-\frac{\tau^3}{3}+\frac{\tau^2(t-1)}{2}+t\tau\right]_{-1}^{0}+\left[\frac{\tau^3}{3}-\frac{\tau^2}{2}(t+1)+t\tau\right]_{0}^{t+1}$$

$$=-\frac{1}{3}-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}+t+\frac{t^3}{3}+t^2+t+\frac{1}{3}-\frac{t^3}{2}-\frac{3t^2}{2}-\frac{3t}{2}-\frac{1}{2}+t^2+t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t)=-\frac{t^3}{6}+\frac{t^2}{2}+t}$$

- Για $-1 \le t-1 \le 0 \iff \boxed{0 \le t \le 1}$,



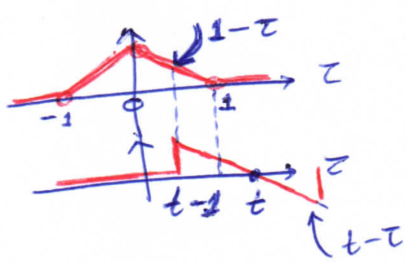
$$y(t)=\int_{t-1}^{0}(1+\tau)(t-\tau)\,d\tau + \int_{0}^{1}(1-\tau)(t-\tau)\,d\tau$$

$$=\left[-\frac{\tau^3}{3}+\frac{\tau^2(t-1)}{2}+t\tau\right]_{t-1}^{0}+\left[\frac{\tau^3}{3}-\frac{\tau^2}{2}(t+1)+t\tau\right]_{0}^{1}=$$

$$=-\frac{(t-1)^3}{6}-t(t-1)+\frac{1}{3}-\frac{(t+1)}{2}+t=-\frac{t^3}{6}+\frac{t^2}{2}-\frac{t}{2}+\frac{1}{6}-t^2+t+\frac{1}{3}-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}+t$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t)=-\frac{t^3}{6}-\frac{t^2}{2}+t}$$

- Για $0 \le t-1 \le 1 \iff \boxed{1 \le t \le 2}$,



$$y(t)=\int_{t-1}^{1}(1-\tau)(t-\tau)\,d\tau=$$

$$=\left[\frac{\tau^3}{3}-\frac{\tau^2}{2}(t+1)+t\tau\right]_{t-1}^{1}=$$

$$=\frac{1}{3}-\frac{t+1}{2}+t-\frac{(t-1)^3}{3}+\frac{(t-1)^2(t+1)}{2}-t(t-1)=$$

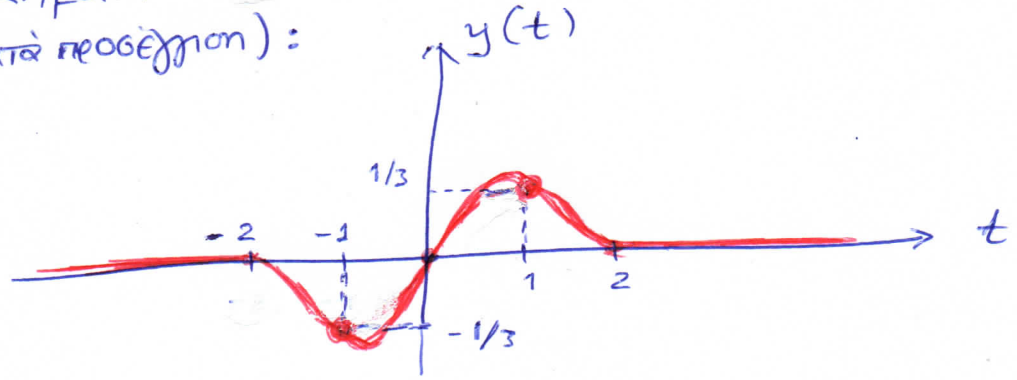
$$=\frac{1}{3}-\frac{t}{2}-\frac{1}{2}+t-\frac{t^3}{3}+t^2-t+\frac{1}{3}+\frac{t^3}{2}-\frac{t^2}{2}-\frac{t}{2}+\frac{1}{2}-t^2+t \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{y(t)=\frac{t^3}{6}-\frac{t^2}{2}+\frac{2}{3}}$$

• Συνοψίζοντας:

$$y(t) = \begin{cases} 0 \; ; \; \text{για } t \le -2 \\ \dfrac{t^3}{6} + \dfrac{t^2}{2} - \dfrac{2}{3} \; ; -2 \le t \le -1 \\ -\dfrac{t^3}{6} + \dfrac{t^2}{2} + t \; ; -1 \le t \le 0 \\ -\dfrac{t^3}{6} - \dfrac{t^2}{2} + t \; ; \; 0 \le t \le 1 \\ \dfrac{t^3}{6} - \dfrac{t^2}{2} + \dfrac{2}{3} \; ; \; 1 \le t \le 2 \\ 0 \; ; \; \text{για } t \ge 2 \end{cases}$$

• Σχηματικά
(κατά προσέγγιση):

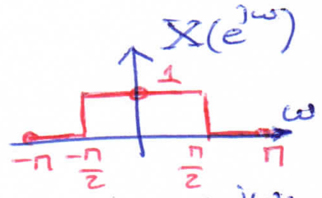


1.3.b

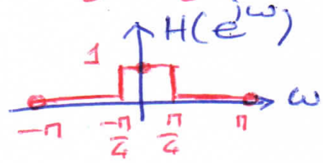
$$x[n] = \frac{\sin(\pi n/2)}{\pi n}, \quad h[n] = \frac{\sin(\pi n/4)}{\pi n} \Longrightarrow y[n] = x[n] * h[n] = \; ?$$

- Θα λύσουμε το πρόβλημα στο πεδίο της συχνότητας, χρησιμοποιώντας την ιδιότητα της συνέλιξης & ζεύγη Μ/Σ DTFT.

- $x[n] \overset{DTFT}{\longleftrightarrow} X(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \pi/2 \\ 0, & \frac{\pi}{2} < |\omega| \leq \pi \end{cases}$

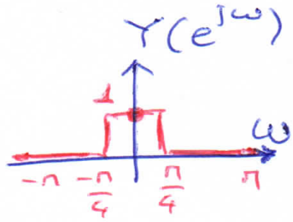


$h[n] \overset{DTFT}{\longleftrightarrow} H(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \pi/4 \\ 0, & \frac{\pi}{4} < |\omega| \leq \pi \end{cases}$



- Άρα $\underbrace{x[n] * h[n]}_{y[n]} \overset{DTFT}{\longleftrightarrow} X(e^{j\omega}) H(e^{j\omega}) =$

$$= Y(e^{j\omega}) = \begin{cases} 1, & |\omega| \leq \pi/4 \\ 0, & \frac{\pi}{4} < |\omega| \leq \pi \end{cases}$$



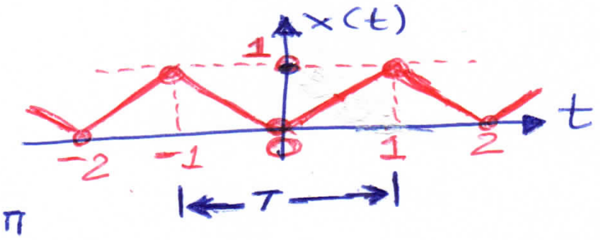
- Συνεπώς,

$$y[n] = DTFT^{-1}\{Y(e^{j\omega})\} = \boxed{\frac{\sin(\pi n/4)}{\pi n}}$$

1.4 $x(t)=|t|,\ t\in[-1,1]$

ΠΕΡΙΟΔΙΚΟ ΜΕ $T=2$ $\Longrightarrow$ F.S. ?

• Σχέδιο σήματος:



• $T=2 \Rightarrow \Omega_0=\frac{2\pi}{T}=\pi$

• Σειρα Fourier: $x(t)=\sum_{k=-\infty}^{+\infty} c_k e^{jk\pi t}$

• Για k=0: $c_0=\frac{1}{T}\int_{-1}^{1} x(t)e^{-j0\pi t}dt=$

$$=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}|t|dt=\frac{1}{2}\int_{-1}^{0}-t\,dt+\frac{1}{2}\int_{0}^{1}t\,dt=\frac{t^2}{4}\Big|_{0}^{-1}+\frac{t^2}{4}\Big|_{0}^{1}\Longrightarrow$$

$$\Longrightarrow c_0=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}=\boxed{\frac{1}{2}}$$

• Για $k\neq0$, κάνοντας χρήση και της: $\int y(t)\left(\frac{dz(t)}{dt}\right)dt=y(t)z(t)-\int\left(\frac{dy(t)}{dt}\right)z(t)dt$,

$$c_k=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}|t|e^{-jk\pi t}dt=\frac{1}{2}\int_{-1}^{0}-te^{-jk\pi t}dt+\frac{1}{2}\int_{0}^{1}te^{-jk\pi t}dt=$$

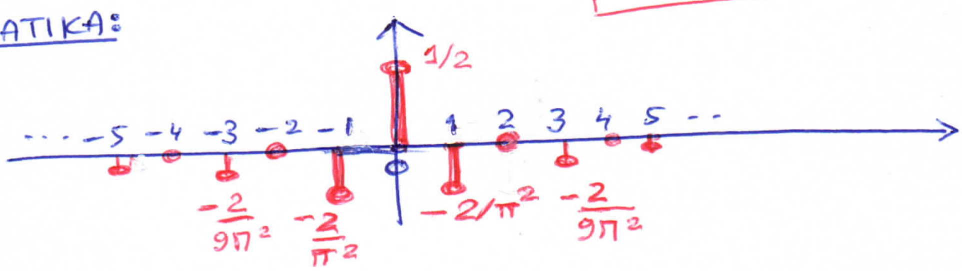
$$=\frac{1}{2}\int_{0}^{1}te^{jk\pi t}dt+\frac{1}{2}\int_{0}^{1}te^{-jk\pi t}dt=\int_{0}^{1}t\cos(k\pi t)dt=$$

$$=\int_{0}^{1}\frac{t}{k\pi}[\sin(k\pi t)]'dt=\frac{t}{k\pi}\sin(k\pi t)\Big|_{0}^{1}-\int_{0}^{1}\frac{1}{k\pi}\sin(k\pi t)dt=$$

$$=[\overset{0}{\sin(k\pi)}-0]+\frac{1}{k^2\pi^2}\cos(k\pi t)\Big|_{0}^{1}=$$

$$=\frac{1}{k^2\pi^2}\left[(-1)^k-1\right]\Longrightarrow\boxed{c_k=\begin{cases}0, & k=\pm2,\pm4,\pm6,\dots\\ -\frac{2}{k^2\pi^2}, & k=\pm1,\pm3,\dots\end{cases}}$$

• ΣΧΗΜΑΤΙΚΑ:



$\boxed{1.5.a}$ $\boxed{\mathcal{F}^{-1}\left\{\dfrac{2j\Omega-2}{-\Omega^2+2j\Omega+2}\right\} = ?}$

- $$X(j\Omega) = \frac{2j\Omega-2}{(j\Omega)^2+2j\Omega+2} \overset{s=j\Omega}{=} \frac{2s-2}{s^2+2s+2} = \frac{2s-2}{(s+(1-j))(s+(1+j))}$$

$$= \frac{A}{s+1-j} + \frac{B}{s+1+j} = \frac{1-\frac{2}{j}}{s+1-j} + \frac{1+\frac{2}{j}}{s+1+j} \Rightarrow$$

$$A = \left.\frac{2s-2}{s+1+j}\right|_{s=j-1} = \frac{2j-2-2}{2j} = 1-\frac{2}{j}$$

$$B = \left.\frac{2s-2}{s+1-j}\right|_{s=-1-j} = \frac{-2-2j-2}{-2j} = 1+\frac{2}{j}$$

$$\xRightarrow{s\leftarrow j\Omega} X(j\Omega) = \left(1-\frac{2}{j}\right)\frac{1}{j\Omega+(1-j)} + \left(1+\frac{2}{j}\right)\frac{1}{j\Omega+(1+j)} \xRightarrow{\mathcal{F}^{-1}}$$

$$\xRightarrow{Re\{1\pm j\}>0} x(t) = \left[\left(1-\frac{2}{j}\right)e^{-(1-j)t} + \left(1+\frac{2}{j}\right)e^{-(1+j)t}\right]u(t)$$

$$= \left[e^{-t}\left(e^{jt}+e^{-jt}\right) - \frac{2}{j}e^{-t}\left(e^{jt}-e^{-jt}\right)\right]u(t)$$

$$\Rightarrow \boxed{x(t) = \left[2e^{-t}\cos(t) - 4e^{-t}\sin(t)\right]u(t)}$$

$\boxed{1.5.b}$ $\boxed{\mathcal{F}\{t e^{-2t} \cdot \cos(t) . u(t)\} = ?}$

$$x(t) = t e^{-2t} \cos(t) . u(t) = t e^{-2t} \, \frac{e^{jt} + e^{-jt}}{2} \, u(t) =$$

$$= \frac{1}{2} t e^{-t(2-j)} \cdot u(t) + \frac{1}{2} t e^{-t(2+j)} \cdot u(t) \Longrightarrow$$

$$\xRightarrow{Re\{2\pm j\}>0} X(j\Omega) = \frac{1}{2} \frac{1}{(2-j+j\Omega)^2} + \frac{1}{2} \frac{1}{(2+j+j\Omega)^2}$$

$$\Longrightarrow X(j\Omega) = \frac{1}{2} \, \frac{(2+j+j\Omega)^2 + (2-j+j\Omega)^2}{[(2-j+j\Omega)(2+j+j\Omega)]^2} =$$

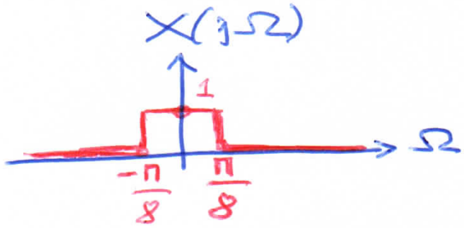
$$= \frac{1/2\,[(2+j)^2 + (j\Omega)^2 + 2(2+j)j\Omega + (2-j)^2 + (j\Omega)^2 + 2(2-j)j\Omega]}{[(2-j)(2+j) + j\Omega(2-j+2+j) + (j\Omega)^2]^2}$$

$$\Longrightarrow \boxed{X(j\Omega) = \frac{-\Omega^2 + 4j\Omega + 3}{[-\Omega^2 + 4j\Omega + 5]^2}}$$

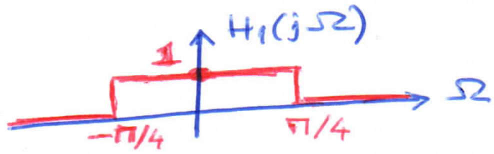
$$= \frac{(j\Omega+2)^2 - 1^2}{[(j\Omega+2)^2 + 1^2]^2}$$

1.6. $x(t)=\frac{\sin\frac{\pi t}{8}}{\pi t} \longrightarrow \boxed{h_1(t)=\frac{\sin \pi t/4}{\pi t}} \longrightarrow \boxed{h_2(t)=\frac{\cos\frac{\pi t}{2}}{2t}-\frac{\sin\frac{\pi t}{2}}{\pi t^2}} \longrightarrow y(t)=?$

- Θα δουλέψουμε στο πεδίο της συχνότητας:



$$X(j\Omega)=\begin{cases}1, & |\Omega|<\pi/8\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases} \quad (1)$$

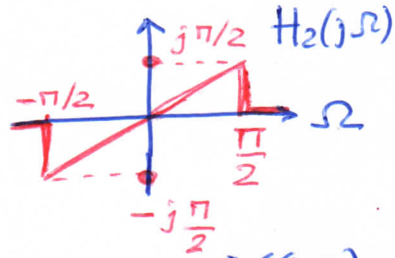


$$H_1(j\Omega)=\begin{cases}1, & |\Omega|<\pi/4\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases} \quad (2)$$

Έστω $h_3(t)=\frac{\sin \pi t/2}{\pi t} \Longrightarrow \frac{d}{dt}h_3(t)=\frac{\frac{\pi}{2}\cos(\frac{\pi t}{2})\cdot \pi t-\pi\cdot\sin\frac{\pi t}{2}}{\pi^2 t^2}$

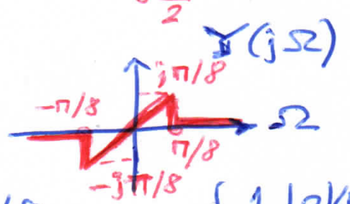
$$=\frac{\cos(\pi t/2)}{2t}-\frac{\sin(\frac{\pi t}{2})}{\pi t^2}=h_2(t)$$

$$\Longrightarrow H_2(j\Omega)=(j\Omega)H_3(j\Omega)=\begin{cases}j\Omega, & |\Omega|<\frac{\pi}{2}\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases} \quad (3)$$



Αφού h_1 & h_2 είναι εν σειρά:

$$Y(j\Omega)=H_1(j\Omega)H_2(j\Omega)X(j\Omega) \quad (4)$$



- Από (1), (2), (3), (4) $\Rightarrow Y(j\Omega)=\begin{cases}j\Omega, & |\Omega|<\pi/8\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases}=(j\Omega)\cdot\begin{cases}1, & |\Omega|<\frac{\pi}{8}\\ 0, & \text{αλλού}\end{cases}$

άρα $y(t)=\frac{d}{dt}\left(\frac{\sin\frac{\pi t}{8}}{\pi t}\right)=\frac{\frac{\pi}{8}\cos(\frac{\pi t}{8})\cdot\pi t-\pi\sin\frac{\pi t}{8}}{\pi^2t^2} \Rightarrow$

$$\Longrightarrow \boxed{y(t)=\frac{\cos(\frac{\pi t}{8})}{8t}-\frac{\sin\frac{\pi t}{8}}{\pi t^2}}$$

- Από το σχήμα του $Y(j\Omega)$, έχουμε $\int_{-\infty}^{+\infty}y(t)dt=Y(j\Omega)\Big|_{\Omega=0}=\boxed{0}$

ως ορισμό Μ/Σ Fourier

- Από Parseval $\int_{-\infty}^{+\infty}y^2(t)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty}|Y(j\Omega)|^2d\Omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\pi/8}^{\pi/8}\Omega^2d\Omega=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{3}\Omega^3\Big|_{-\pi/8}^{\pi/8}$

$$=\frac{1}{3\pi}\frac{\pi^3}{8^3}=\boxed{\frac{\pi^2}{1536}}$$