Οι ασκήσεις παραδίδονται στην αρχή του μαθήματος της Πέμπτης 31-03-2016, ή, νωρίτερα, στις ώρες γραφείου του διδάσκοντος, αλλιώς δεν θα γίνονται δεκτές. Επισημαίνεται ότι οι εργασίες είναι **ατομικές**.

Άσκηση 1.1: Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα:

(a) Σχεδιάστε το $x(t) = 4u(-t) + e^{-2t}u(t)$. Είναι ενέργειας ή ισχύος, και ποια είναι αυτή;

(b) Είναι το σήμα $x[n] = j\,e^{j\pi n/3} + \sin(\pi/8)$ περιοδικό; Αν ναι, ποια η περίοδός του;

Άσκηση 1.2: Δίνεται το σύστημα διακριτού χρόνου με σχέση εισόδου-εξόδου την:

$$y[n] = \begin{cases} -x[n]\,, & n \geq 1 \\ 0\,, & n = 0 \\ x[n]\,, & n \leq -1 \end{cases}.$$

(a) Είναι το σύστημα αιτιατό;

(b) Είναι το σύστημα γραμμικό;

(c) Είναι το σύστημα χρονικά αναλλοίωτο;

(d) Είναι το σύστημα ευσταθές;

(e) Είναι το σύστημα αντιστρέψιμο, και, αν ναι, ποιο είναι το αντίστροφό του;

(f) Ποια είναι η απόκριση του συστήματος σε είσοδο $x[n] = u[n]$;

Άσκηση 1.3: Υπολογίστε αναλυτικά την συνέλιξη $y(t) = x(t) * h(t)$, όπου:

$$x(t) = u(t-3) - u(t-5) \quad , \quad h(t) = e^{-3t}u(t) \;,$$

χρησιμοποιώντας δηλαδή τη μεθοδολογία που βασίζεται στον μαθηματικό τύπο ορισμού της συνέλιξης. Σχεδιάστε τα $x(t)$, $h(t)$, και $y(t)$, σημειώνοντας κρίσιμες τιμές στους άξονες. Υπολογίστε επίσης τη συνέλιξη:

$$g(t) = (\mathrm{d}\,x(t))/\mathrm{d}\,t) * h(t) \;.$$

Άσκηση 1.4: Υπολογίστε αναλυτικά την συνέλιξη $y[n] = x[n] * h[n]$, όπου:

$$x[n] = 3^n u[1-n] \;, \quad h[n] = u[n] \;.$$

Σχεδιάστε και τα τρία σήματα ($x[n]$, $h[n]$, και $y[n]$), σημειώνοντας κρίσιμες τιμές στους άξονες.

Άσκηση 1.5: Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα:

(a) Αναπτύξτε το σήμα $x(t) = -2\cos(2\pi t) + \sum_{n=-\infty}^{+\infty}(-1)^n\,\delta(t-n)$ σε σειρά Fourier, υπολογίζοντας και σχεδιάζοντας τους c_k.

(b) Θεωρήστε το περιοδικό σήμα $x(t)$ με περίοδο 2, για το οποίο ισχύει $x(t) = t$, εντός του διαστήματος $[-1, 1]$. Αναπαραστήστε το ως σειρά Fourier, υπολογίζοντας και σχεδιάζοντας τους συντελεστές c_k.

Άσκηση 1.6: Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα:

(a) Υπολογίστε τον αντίστροφο μετασχηματισμό Fourier, $x(t)$, του: $X(j\,\Omega) = \dfrac{6}{\Omega^2 - 2\,\Omega + 10}$.

(b) Υπολογίστε τον μετ/σμό Fourier, $X(j\,\Omega)$, του $x(t) = t\,e^{-4t}\cos(t)\,u(t)$.

Άσκηση 1.7: Έστω ένας συνδυασμός από δύο Γ.Χ.Α. συστήματα συνδεδεμένα εν παραλλήλω, με κρουστικές αποκρίσεις:

$$h_1(t) = \delta(t) \quad \text{και} \quad h_2(t) = \frac{\sin(\pi\,t/4)}{\pi\,t/4},$$

αντίστοιχα. Αν η είσοδος στον συνδυασμό αυτόν είναι ένα σήμα με συχνοτικό περιεχόμενο:

$$X(j\,\Omega) = \begin{cases} 1/2, & \text{για } |\,\Omega\,| < \pi/2 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases},$$

που δίνει έξοδο $y(t)$, υπολογίστε τα ολοκληρώματα $\int_{-\infty}^{+\infty} y(t)\,\mathrm{d}t$ και $\int_{-\infty}^{+\infty} |\,y(t)\,|^2\,\mathrm{d}t$.

Άσκηση 1.8: Ένα γραμμικό, χρονικά αναλλοίωτο (Γ.Χ.Α.) και αιτιατό σύστημα συνεχούς χρόνου ικανοποιεί την εξίσωση

$$\frac{\mathrm{d}^2y(t)}{\mathrm{d}t^2} + 5\,\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} + 6\,y(t) = \frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + 4\,x(t)$$

όπου $x(t)$ και $y(t)$ είναι τα σήματα εισόδου και εξόδου του συστήματος. Υπολογίστε:

(a) Την απόκριση συχνότητας του συστήματος, $H(j\,\Omega)$.

(b) Την κρουστική απόκριση του συστήματος, $h(t)$.

(c) Την έξοδο του συστήματος $y(t)$, όταν η είσοδος του είναι το $x(t) = e^{-4t}u(t) - t\,e^{-4t}u(t)$.
