Οι ασκήσεις παραδίδονται στην αρχή του μαθήματος της Πέμπτης 28-05-2015, αλλιώς δεν θα γίνονται δεκτές. Επισημαίνεται ότι οι εργασίες είναι **ατομικές**.

Άσκηση 2.1: Για τα παρακάτω σήματα διακριτού χρόνου $x[n]$, υπολογίστε τον μετασχηματισμό Fourier τους διακριτού χρόνου (DTFT), $X(e^{j\omega})$:

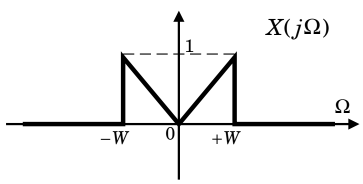
(a) $x[n] = \dfrac{1}{\pi n^2} \sin(\pi n/2) \sin(\pi n/4)$ (b) $x[n] = \left(\dfrac{1}{2}\right)^{|n|} u[-n-2]$

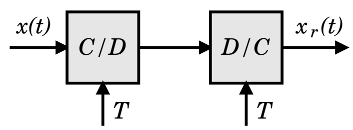
(c) Αντίστοιχα, υπολογίστε το $x[n]$ από το $X(e^{j\omega}) = \dfrac{\sin(5\omega/2)\,\cos(\pi/2 - 3\omega/2)}{\sin^2(\omega/2)}$.

Άσκηση 2.2: Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα:

(a) Υποθέστε ότι έχουμε δύο ζωνοπεριορισμένα (bandlimited) σήματα $x_1(t)$ και $x_2(t)$ για τα οποία ισχύει $X_1(j\Omega) = 0$ για $|\Omega| > 500\pi$ και $X_2(j\Omega) = 0$ για $|\Omega| > 1000\pi$, αντίστοιχα. Ποια είναι η μέγιστη περίοδος δειγματοληψίας T_s, ώστε το σήμα $y(t) = x_1(t)\,x_2(t) + 25\,x_1(t) * x_2(t/4)$ να μπορεί να ανακατασκευαστεί χωρίς αναδίπλωση;

(b) Έστω το σήμα συνεχούς χρόνου $x(t)$ με φάσμα $X(j\Omega)$ που δίνεται στο σχήμα κάτω αριστερά. Το σήμα δειγματοληπτείται με περίοδο δειγματοληψίας $T = 2\pi/W$ και στη συνέχεια ανακατασκευάζεται από τα δείγματά του (με ιδανικά συστήματα C/D και D/C). Ποιο είναι το ανακατασκευασμένο σήμα $x_r(t)$, δηλαδή η έξοδος της αλληλουχίας συστημάτων του σχήματος κάτω δεξιά;





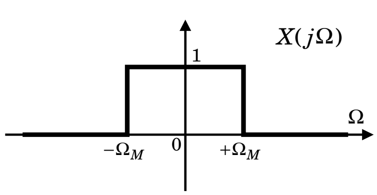
(c) Έστω το σήμα συνεχούς χρόνου $x(t)$ με φάσμα $X(j\Omega)$ που δίνεται στο επόμενο σχήμα, αριστερά. Το σήμα υφίσταται μία σειρά από μετατροπές, όπως φαίνεται στο επόμενο σχήμα, δεξιά. Πρώτα, το σήμα δειγματοληπτείται με συχνότητα $\Omega_s = 3\,\Omega_M$, προκύπτοντας έτσι το σήμα διακριτού χρόνου $x_d[n]$. Στη συνέχεια αυτό υφίσταται επεξεργασία από ένα σύστημα διακριτού χρόνου που περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών

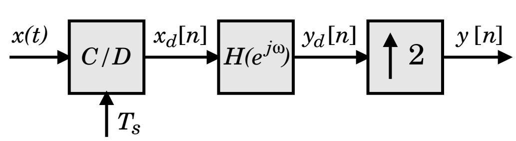
$$y_d[n] = (\,x_d[n-1] + x_d[n] + x_d[n+1]\,)/3 \ .$$

Τέλος, το σήμα εξόδου υφίσταται χρονική διαστολή κατά 2, δηλαδή:

$$y[n] = \begin{cases} y_d[\,n/2\,]\,, & \text{για } n \text{ πολλαπλάσιο του } 2 \\ 0\,, & \text{αλλιώς} \ . \end{cases}$$

Να σχεδιαστεί το φάσμα $Y(e^{j\omega})$ του σήματος εξόδου, $y[n]$.





Άσκηση 2.3: Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα:

(a) Είναι το σύστημα συνεχούς χρόνου με $H(s) = \dfrac{e^{s}}{(s+1)\,(s+2)}$ αιτιατό, ή όχι;

(b) Σχεδιάστε το μέτρο της απόκρισης συχνότητας,
$20\,\log_{10}|\,H(j\,\Omega)\,|$ (διάγραμμα Bode), του ευσταθούς συστήματος με

$$H(s) \;=\; \frac{1}{s\,+\,1}\;\frac{s^{2}\,-\,2\,s\,+\,1}{10\,s^{2}\,+\,20\,s\,+\,10}\;.$$

(c) Είναι το σύστημα διακριτού χρόνου με $H(z) = \dfrac{z^{3} - 2\,z^{2} + z}{z^{2} + \frac{3}{4}\,z + \frac{1}{8}}$ αιτιατό, ή όχι;

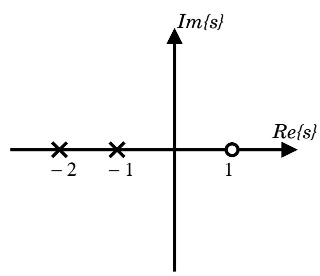
(d) Σχεδιάστε το μέτρο της απόκρισης συχνότητας,
$|\,H(e^{j\omega})\,|$, του ευσταθούς συστήματος με συνάρτηση μεταφοράς $H(z) = \dfrac{z^{-1}\,-\,\frac{1}{3}}{1\,-\,\frac{1}{3}\,z^{-1}}$.

Άσκηση 2.4: Έστω το αιτιατό Γ.Χ.Α. σύστημα συνεχούς χρόνου με ρητή συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$, το οποίο έχει διάγραμμα μηδενικών και πόλων που δίνεται στο παρακάτω σχήμα (μηδενικά στο 1 και στο ∞ και πόλους στα -2 και -1), και για το οποίο επίσης γνωρίζουμε ότι όταν διεγερθεί με το σήμα $x(t) = 1$ έχει έξοδο $y(t) = 2$.

(a) Βρείτε τη συνάρτηση μεταφοράς $H(s)$ του συστήματος. Είναι το σύστημα ευσταθές;

(b) Υλοποιήστε το σύστημα σε κανονική μορφή (direct form) και εν παραλλήλω (parallel).

(c) Βρείτε την έξοδο του συστήματος σε είσοδο $x(t) = e^{-t}\,u(t)$.



Άσκηση 2.5: Δίνεται το σύστημα με συνάρτηση μεταφοράς

$$H(z) \;=\; \frac{z}{z^{2} - z + 0.24}\;.$$

(a) Σχεδιάστε το διάγραμμα μηδενικών και πόλων του συστήματος, και σχολιάστε τις δυνατές περιοχές σύγκλισης του μετασχηματισμού και τι αυτές συνεπάγονται όσον αφορά την αιτιατότητα και την ευστάθεια του συστήματος.

(b) Σχεδιάστε δύο διαγράμματα υλοποίησης του συστήματος, ένα σε κανονική μορφή (direct form) και ένα εν παραλλήλω (in parallel).

(c) Επιπλέον, δίνεται ότι το σύστημα είναι ευσταθές. Υπολογίστε την κρουστική απόκρισή του, $h[n]$, όπως και τη βηματική απόκρισή του, $s[n]$.