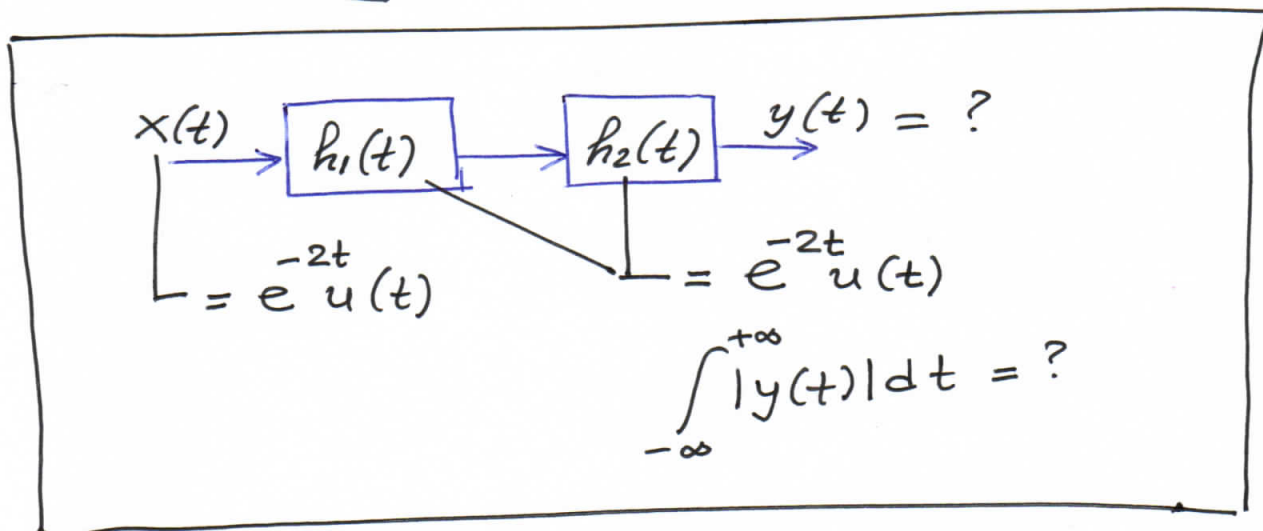


ΑΣΚΗΣΗ 1.5:



- Έχουμε: $y(t) = h_2(t) * h_1(t) * x(t)$
ισοδύναμα, στη συχνότητα (λόγω ύπαρξης των Μ/Σ Fourier):

$$Y(j\Omega) = H_2(j\Omega) H_1(j\Omega) X(j\Omega)$$

$$= \frac{1}{(2+j\Omega)^3}$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{t^2}{2} e^{-2t} u(t)$$

(από το τυπολόγιο για $n=3$)

- Επίσης, $\int_{-\infty}^{+\infty} |y(t)| dt = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} y(t) e^{-j\Omega t} dt \Big|_{\Omega=0}$
καθώς $y(t) \geq 0 \forall t$
μονάδα για $\Omega=0$

$$= Y(j\Omega) \Big|_{\Omega=0} = \frac{1}{8}$$

ΑΣΚΗΣΗ 1.6 :

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} + 5 \frac{dy(t)}{dt} + 6y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + 4x(t) \quad (1)$$

$$(A) \quad H(j\Omega) = ?$$

$$(B) \quad h(t) = ?$$

$$(1) \Rightarrow H(s) = \frac{s+4}{s^2+5s+6} = \frac{s+4}{(s+3)(s+2)} =$$

$\hookrightarrow s=j\Omega$

$$= - \left[\frac{1}{s+3} + \frac{2}{s+2} \right]$$

$\rightarrow \frac{s+4}{s+2} \Big|_{s=-3} = \frac{1}{-1} = -1$ $\rightarrow \frac{s+4}{s+3} \Big|_{s=-2} = \frac{2}{1} = 2$

$$\Rightarrow h(t) = [2e^{-2t} - e^{-3t}]u(t)$$

Η απόκριση συχνότητας έχει ήδη βρεθεί παραπάνω :

$$H(j\Omega) = \frac{j\Omega + 4}{-\Omega^2 + 5j\Omega + 6}$$

$$\textcircled{c} \quad x(t) = e^{-4t} u(t) - t e^{-4t} u(t) \Rightarrow y(t) = ?$$

$$\Rightarrow \underset{\substack{\text{Laplace} \\ \text{transform}}} X(s) = \frac{1}{s+4} - \frac{1}{(s+4)^2} = \frac{s+3}{(s+4)^2}$$

$$\textcircled{2} \Rightarrow Y(s) = \frac{s+4}{(s+3)(s+2)(s+4)} = \frac{1/2}{s+2} - \frac{1/2}{s+4}$$

$$\Rightarrow y(t) = \frac{1}{2} [e^{-2t} - e^{-4t}] u(t)$$