

Οι ασκήσεις, γραπτές ή τυπωμένες, παραδίδονται:

- Όρες γραφείου διδάσκοντος (12:30 – 14:00) την Πέμπτη **07-02-2013**.

**Αλλιώς δεν θα γίνονται δεκτές.** Επισημαίνεται ότι οι εργασίες είναι ατομικές.

**Άσκηση 3.1:**

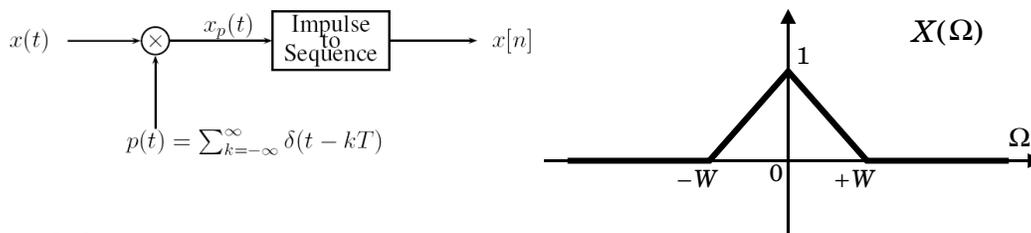
Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα:

- (a) Υποθέστε ότι έχουμε δύο ζωνοπεριορισμένα (bandlimited) σήματα  $x(t)$  και  $y(t)$  για τα οποία ισχύει  $X(\Omega) = 0$  για  $|\Omega| > 100\pi$  και  $Y(\Omega) = 0$  για  $|\Omega| > 200\pi$ , αντίστοιχα. Ποια είναι η μέγιστη περίοδος δειγματοληψίας  $T$ , ώστε το σήμα

$$z(t) = x(5t)y(t/2) + x(t) * y(t/4)$$

να μπορεί να ανακατασκευαστεί πλήρως από τα δείγματά του;

- (b) Έστω το ακόλουθο σύστημα, όπως και το ζωνοπεριορισμένο (bandlimited) σήμα εισόδου ( $X(\Omega) = 0$  για  $|\Omega| \geq W$ ), που δίνονται στο παρακάτω σχήμα.
- (i) Απεικονίστε γραφικά τα φάσματα των σημάτων  $x_p(t)$  και  $x[n]$  (δηλ. τα  $X_p(\Omega)$  και  $X(e^{j\omega})$  αντίστοιχα), όταν  $T = \pi/W$ , σημειώνοντας τις κρίσιμες τιμές στους άξονες.
- (ii) Υπολογίστε τις ποσότητες  $\int_{t=-\infty}^{+\infty} |x(t)|^2 dt$ ,  $\int_{t=-\infty}^{+\infty} x(t) dt$ ,  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} |x[n]|^2$ , και  $\sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]$ .



**Άσκηση 3.2:**

Τα παρακάτω είναι ανεξάρτητα ερωτήματα:

- (a) Αποδείξτε ότι η συνέλιξη του σήματος  $u(t)$  με τον εαυτό του,  $n - 1$  συνολικά φορές, ισούται με:

$$\underbrace{u(t) * u(t) * \dots * u(t)}_{n-1 \text{ convolutions}} = \frac{t^{n-1}}{(n-1)!} u(t) .$$

- (b) Ο διγραμμικός μετασχηματισμός  $s = (1 - z^{-1})/(1 + z^{-1})$  χρησιμοποιείται συχνά για τη δημιουργία ενός συστήματος διακριτού χρόνου  $H(z)$  από ένα σύστημα συνεχούς χρόνου  $H(s)$ . Αποδείξτε ότι ο μετασχηματισμός αντιστοιχίζει σημεία του φανταστικού άξονα του επιπέδου της μεταβλητής  $s$  (δηλαδή τα  $s = j\Omega$ ) στον μοναδιαίο κύκλο του επιπέδου της μεταβλητής  $z$  (δηλαδή τα  $z = e^{j\omega}$ ). Ποια είναι η σχέση που συνδέει τα  $\Omega$  και  $\omega$ ;

