

4<sup>η</sup> ΣΕΙΡΑ ΑΣΚΗΣΕΩΝ  
 Ψηφιακή Αναπαράσταση Σημάτων, Ψηφιακή Διαμόρφωση

ΠΡΟΒΛΗΜΑ 1 [Ενέργεια PAM διαμόρφωσης]

Determine the average energy of a set of  $M$  PAM signals of the form

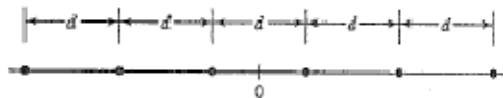
$$s_m(t) = s_m \psi(t), \quad m = 1, 2, \dots, M$$

$$0 \leq t \leq T$$

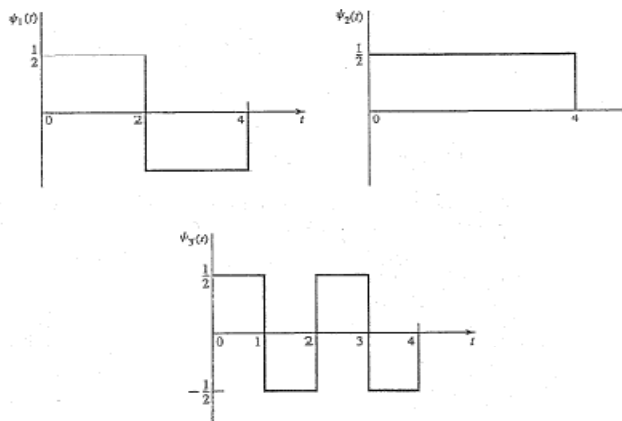
where

$$s_m = \sqrt{\mathcal{E}_g} A_m, \quad m = 1, 2, \dots, M$$

Τα σήματα είναι ισοπίθανα, με πλάτη που είναι συμμετρικά γύρω από το μηδέν, και τοποθετημένα σε απόσταση  $d$  από τα γειτονικά τους, όπως φαίνεται παρακάτω.



ΠΡΟΒΛΗΜΑ 2 [Αναπαράσταση στο χώρο σημάτων]



Θεωρείστε τις τρεις κυματομορφές  $\psi_n(t)$  που φαίνονται στο παραπάνω σχήμα.

- α. Δείξτε ότι αυτές είναι ορθοκανονικές
- β. Έστω το σήμα

$$x(t) = \begin{cases} -1, & 0 \leq t \leq 1 \\ 1, & 1 \leq t \leq 3 \\ -1, & 3 \leq t \leq 4 \end{cases}$$

Εκφράστε το  $x(t)$  ως ένα γραμμικό συνδυασμό (με κατάλληλους συντελεστές) των  $\psi_n(t)$ ,  $n=1,2,3$ , και υπολογίστε αυτούς τους συντελεστές.

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 3 [Συσχέτιση με ορθογώνια σήματα]

Suppose that two signal waveforms  $s_1(t)$  and  $s_2(t)$  are orthogonal over the interval  $(0, T)$ . A sample function  $n(t)$  of a zero-mean, white noise process is crosscorrelated with  $s_1(t)$ , and  $s_2(t)$ , to yield

$$n_1 = \int_0^T s_1(t)n(t) dt$$

$$n_2 = \int_0^T s_2(t)n(t) dt$$

Prove that  $E(n_1 n_2) = 0$ .

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 4 [Αναπαράσταση και απόσταση σημείων στο χώρο σημάτων]

Consider the four waveforms shown in Figure P-7.5.

1. Determine the dimensionality of the waveforms and a set of basis functions.
2. Use the basis functions to represent the four waveforms by vectors  $s_1, s_2, s_3, s_4$ .
3. Determine the minimum distance between any pair of vectors.

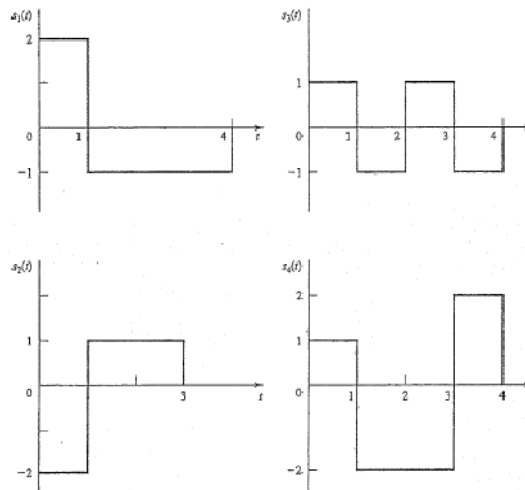


Figure P-7.5

### ΠΡΟΒΛΗΜΑ 5 [Συσχέτιση και ενέργεια στο χώρο σημάτων]

Consider a set of  $M$  orthogonal signal waveforms  $s_m(t)$ ,  $1 \leq m \leq M$ ,  $0 \leq t \leq T$ , all of which have the same energy  $\mathcal{E}$ . Define a new set of  $M$  waveforms as

$$s'_m(t) = s_m(t) - \frac{1}{M} \sum_{k=1}^M s_k(t), \quad \begin{matrix} 1 \leq m \leq M \\ 0 \leq t \leq T \end{matrix}$$

Show that the  $M$  signal waveform  $\{s'_m(t)\}$  have equal energy, given by

$$\mathcal{E}' = (M - 1)\mathcal{E}/M$$

and are equally correlated, with correlation coefficient

$$\gamma_{mn} = \frac{1}{\mathcal{E}'} \int_0^T s'_m(t)s'_n(t) dt = -\frac{1}{M-1}$$