

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
 ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ
 ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ
 ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ & ΔΙΚΤΥΩΝ
 Εισηγητές: Γ. Χατζάρας, Κ. Αγάς
 Εξάμηνο: Εαρινό 2007-2008

ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ στο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ ΙΙ

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1. Να υπολογιστεί το παραγόμενο έργο της δύναμης $F(z, -x, y)$ όταν το σημείο εφαρμογής της διαγράφει την κλειστή διαδρομή $OA+AB+BΓ+ΓO$, όπου OA και OG είναι αντιστοίχως οι διχοτόμοι των γωνιών XOY , YOZ , AB το τόξο του κύκλου $X^2+Y^2=1$, η $BΓ$ είναι παράλληλος στον άξονα των Z . (Μον. 1,5)

ΘΕΜΑ 2. Να βρεθεί η τιμή του διπλού ολοκληρώματος $\iint_T \cos\left(\frac{x+y}{x-y}\right) dx dy$, όπου ο τόπος T ορίζεται από τις ευθείες $x+y=1$, $x=0$ και $y=0$. (Μον. 2)

ΘΕΜΑ 3. α) Να βρεθούν τα ακρότατα της συνάρτησης $z = x^2 - xy + y^2 - 3y$.

β) Να βρεθεί η εξίσωση του κάθετου επιπέδου της καμπύλης που ορίζεται από τις εξισώσεις $3x^2y + y^2z = -2$ και $2xz - x^2y = -3$ στο $P(1, -1, 1)$ (Μον. 1,5)

ΘΕΜΑ 4. α) Αν $z \in \mathbb{C}$ να βρείτε εκείνους τους μιγαδικούς w για τους οποίους ισχύει $e^w = e^z$ (Μον 0,5)

β) Δείξτε ότι η συνάρτηση e^z είναι ολόμορφη και ότι $\frac{d(e^z)}{dz} = e^z$ (Μον. 0,75)

ΘΕΜΑ 5 α) Να δείξετε ότι η συνάρτηση $u(x, y) = 3(x^2 - y^2) - 2x$, $x, y \in \mathbb{R}$, είναι αρμονική και να βρείτε τη συζυγή αρμονική της $v = v(x, y)$. (Μον. 1)

β) Αφού διαπιστώσετε ότι η συνάρτηση $f = u + iv$ είναι ολόμορφη να την εκφράσετε μόνο με τη μεταβλητή z . Ποια είναι η $f'(z)$; (Μον. 0,75)

ΘΕΜΑ 6. α) Αφού διαπιστώσετε ότι η συνάρτηση $c(t) = 2e^{it} : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$ είναι δρόμος (απλός, ανοικτός ή κλειστός, λείος), Να υπολογίσετε το ολοκλήρωμα

$$\int_c \frac{dz}{z^2 - 9z + 20} \quad (\text{Μον } 1)$$

β) Αν $c(t) = 1 + i + 2e^{it} : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{C}$, να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα $\int_c \frac{\cos(\pi z)}{(z-2)^3} dz$, (Μον. 1)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ