

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ  
 ΠΟΛΥΤΕΧΝΙΚΗ ΣΧΟΛΗ  
 ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ Η/Υ  
 ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ & ΔΙΚΤΥΩΝ  
 Εισηγητές: Γ. Χατζάρας, Κ. Αγάς  
 Εξάμηνο: Εαρινό 2008-2009

## ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ στο ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟ ΛΟΓΙΣΜΟ ΙΙ

### ΘΕΜΑΤΑ

**ΘΕΜΑ 1. α)** Να υπολογιστεί ο όγκος του στερεού που περιορίζεται από την κυλινδρική επιφάνεια με οδηγό καμπύλη τον κύκλο  $c: x^2 + y^2 + 2x = 0$ , του επιπέδου  $xOy$  και γενέτειρες παράλληλες προς τον άξονα  $z'Oz$ , από το επίπεδο  $z = 0$  και την επιφάνεια

$$z = \frac{1}{\sqrt{4 - x^2 - y^2}}. \quad (\text{Μον } 1)$$

**β).** Να υπολογιστεί το  $I = \int_c \frac{x^2 dx + y^2 dy}{x^2 + y^2}$  κατά μήκος της περιφέρειας του κύκλου  $x^2 + y^2 - 6x = 0$ . (Μον 1)

**ΘΕΜΑ 2. α).** Ναδειχθεί ότι οι συναρτήσεις  $u = 3x + 4y - z$ ,  $v = 2x - y + 3z$ ,  $w = 6x + 8y - 2z - 1$ , δεν είναι ανεξάρτητες και να βρεθεί η σχέση που τις συνδέει. (Μον 0,75)

**β).** Έστω η συνάρτηση  $\omega = \omega(x, y, z)$  που ορίζεται από την εξίσωση  $f(x, y, z, \omega) = 0$ . Να υπολογιστούν οι  $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}$ ,  $\frac{\partial^2 \omega}{\partial x \partial y}$  (Μον 0,75)

**ΘΕΜΑ 3 α)** Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα  $I = \int_0^1 \int_{2\sqrt{x}}^2 \frac{12\sqrt{4-y^2}}{y} dy dx$ . (Μον 0,75)

**β)** Να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα  $I = \iint_T e^{\frac{x}{x+y}} dx dy$ ,  $T = \{x+y=1, x=0, y=0\}$ . (Μον 0,75)

**ΘΕΜΑ 4. α)** Αν  $p(z)$  είναι ένα πολυώνυμο του  $z \in \mathbb{C}$  βαθμού  $\geq 1$ , να βρείτε το

$$\lim_{z \rightarrow \infty} p(z). \quad (\text{Μον } 0,75)$$

**β)** Δείξτε ότι η συνάρτηση  $\cos z$  είναι ολόμορφη και ότι  $\frac{d(\cos z)}{dz} = -\sin z$  (Μον 0,75)

**ΘΕΜΑ 5 α)** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $u(x, y) = e^x (x \cos y - y \sin y)$ ,  $x, y \in \mathbb{R}$ , είναι αρμονική και να βρείτε τη συζυγή αρμονική της  $v = v(x, y)$ . (Μον. 0,75)

**β)** Αφού διαπιστώσετε ότι η συνάρτηση  $f = u + iv$  είναι ολόμορφη να βρείτε την παράγωγο  $f'(z)$  (Μον. 0,75)

**ΘΕΜΑ 6. α)** Η συνάρτηση  $c(t) = 1 + 2i + 5e^{it} : [0, 2] \rightarrow \mathbb{C}$  είναι δρόμος; Τι είδους; (απλός, ανοικτός ή κλειστός, λείος). (Μον. 0,5) Είναι θετικά ή αρνητικά προσανατολισμένος; (Μον. 0,5)

**β)** Να υπολογισθεί το ολοκλήρωμα  $\int_c \frac{\sin(\frac{\pi z}{4})}{z^2 - 4} dz$  κατά μήκος του δρόμου  $c$  που ορίστηκε στο (α). (Μον. 1)