

ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΜΙΑΣ ΜΕΤΑΒΛΗΤΗΣ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ

A. Να υπολογιστούν τα επόμενα αόριστα ολοκληρώματα:

$$1. \int e^{\frac{x}{3}} \sin(2x) dx$$

$$2. \int \sin^{-1} x dx$$

$$3. \int \frac{\ln x}{(x+1)^2} dx$$

$$4. \int \frac{1}{\sqrt{3-4x^2}} dx$$

$$5. \int \frac{dx}{\sqrt{15-4x-4x^2}}$$

$$6. \int \tan^{-1} x dx$$

$$7. \int \frac{2^x}{\sqrt{1-4^x}} dx$$

$$8. \int \frac{x}{x^2+2x+5} dx$$

$$9. \int \frac{x^3}{(x^2+2)^3} dx$$

$$10. \int \frac{dx}{(\sqrt{1-x^2})^3}$$

$$11. \int \frac{dx}{\sin x \cos x}$$

$$12. \int \sin^5 x \cos^4 x dx$$

$$13. \int \sin 3x \cos 4x dx$$

$$14. \int \frac{\sin^5 x}{\cos^2 x} dx$$

$$15. \int \frac{dx}{2 \sin x + 3 \cos x - 5}$$

$$16. \int \sin x \cdot \sinh x dx$$

$$17. \int \frac{dx}{e^{2x} + e^x - 2}$$

$$18. \int x^2 \ln \left(\frac{1+x}{1-x} \right) dx$$

$$19. \int \frac{x}{(x^2-x+1)} dx$$

$$20. \int \frac{xdx}{\cos^2 x}.$$

B. Να υπολογιστούν τα επόμενα ορισμένα ολοκληρώματα:

$$1. \int_1^4 \frac{1+\sqrt{t}}{t^2} dt$$

$$2. \int_2^4 \sqrt{x^2-9} dx$$

$$3. \int_0^8 (\sqrt{2x} + \sqrt[3]{x}) dx$$

$$4. \int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$$

$$5. \int_{-1}^1 \frac{x^5}{x+2} dx$$

$$4. \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \tan x dx.$$

Γ. Να βρεθούν αναγωγικοί τύποι για τις επόμενες ολοκληρώσεις:

$$1. \int \tan^n x dx$$

$$2. \int \ln^n x dx$$

$$3. \int \frac{1}{\sin^n x} dx$$

$$4. \text{δείξτε ότι ; } \int_0^1 x^m (1-x)^n dx = \int_0^1 x^n (1-x)^m dx, m, n \in \mathbb{N}.$$