

Εξάμηνο: χειμερινό ακ. έτος 2012-13  
 Διδάσκων: Γιάννης Χατζάρας

## Εξετάσεις στο Μαθηματικό Λογισμό Ι

### ΘΕΜΑΤΑ

**ΘΕΜΑ 1.** Να υπολογισθεί το όριο της ακολουθίας  $a_n = \left(1 - \frac{2}{n+2}\right)^n$ . (Μον. 0,75). Να

αποδείξετε ότι η ακολουθία  $b_n = \frac{3n^2 + n + 2}{n^2 - n + 1}$  και να βρείτε ένα φράγμα της. (Μον. 0,75).

**ΘΕΜΑ 2.** Να αναπτυχθεί σε σειρά MacLaurin η συνάρτηση  $f(x) = \frac{1}{1-x}$  καθώς και η συνάρτηση  $g(x) = \ln|1-x|$  και να βρεθεί η ακτίνα σύγκλισης. (Μον. 1, 5)

**ΘΕΜΑ 3:** Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int \frac{(x+1)^3}{x^2-x} dx \quad \beta) \int \frac{x+2}{x\sqrt{x-3}} dx \quad \gamma) \int_{\frac{1}{2}}^{+\infty} \frac{\ln x}{x^2} dx \quad (\text{Μον } 1+1+1)$$

**ΘΕΜΑ 4 i)** Να εξετασθούν ως προς τη σύγκλιση οι παρακάτω σειρές:

$$\alpha) \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{2n}{2n+1} - \frac{2n-1}{2n} \right) \quad \beta) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n}) \quad (\text{Μον } 0,5+0,75)$$

και όποια συγκλίνει, να υπολογιστεί το άθροισμά της.

**ii)** Για ποια  $x \in \mathbb{R}$  συγκλίνει η δυναμοσειρά  $\sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{\sqrt{x}}{3}\right)^n$ ; Για αυτά τα  $x$  δείξτε ότι η

σειρά συγκλίνει στη συνάρτηση  $f(x) = \frac{3}{2+\sqrt{x}}$ . (Μον 0,5+0,5)

**ΘΕΜΑ 5 i)** Να υπολογιστεί το μήκος τόξου της καμπύλης  $f(x) = \cosh x$ ,  $x \in [0,1]$ . (Μον. 0,75)

**ii)** Να βρεθεί ο όγκος στερεού από περιστροφή, γύρω από τον άξονα  $x'x$ , της επίπεδης περιοχής που περικλείεται από τις συναρτήσεις  $f(x) = \sin x$  και  $g(x) = \cos x$ , όταν

$$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]. \quad (\text{Μον } 1)$$

24 Ιανουαρίου 2013

Καλή επιτυχία