

Εξάμηνο: χειμερινό ακ. έτος 2012-13
 Διδάσκων: Γιάννης Χατζάρας

Εξετάσεις στο Μαθηματικό Λογισμό Ι

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ 1. Να υπολογισθεί το όριο της ακολουθίας $a_n = \left(\frac{3n+5}{3n+2}\right)^n$. (Μον. 0,75).

ΘΕΜΑ 2. α) Με τη χρήση κατάλληλης σειράς Taylor να εκφραστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx \text{ ως άθροισμα σειράς. (Μον. 1)}$$

β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 + 2bx + 4 + a \ln(x^2)$ με $x > 0$. Υπολογίστε τις παραμέτρους a, b έτσι ώστε η f να παρουσιάζει ακρότατα στα σημεία $x_1 = 1, x_2 = 2$ και προσδιορίστε το είδος των ακρότατων αυτών. Υπάρχουν τοπικά ή ολικά ακρότατα στα σημεία αυτά; (Μον 1)

ΘΕΜΑ 3: Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int \frac{x}{x^2 - x + 1} dx \quad \beta) \int \frac{1}{x^2 \sqrt{9 + x^2}} dx \quad \gamma) \int_1^2 \frac{1}{x \ln x} dx \quad (\text{Μον } 1+1+1)$$

ΘΕΜΑ 4 i) Να εξετασθούν ως προς τη σύγκλιση οι παρακάτω σειρές:

$$\alpha) \sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n^2 + 1} - n), \quad \beta) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a^n n^n}{n!}, \text{ για τις διάφορες τιμές του } a. \text{ (Μον } 0,75+0,75)$$

ii) Για ποια $x \in \mathbb{R}$ συγκλίνει η δυναμοσειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^{n-1}}{3^n n^2}$; (Μον 0,75)

ΘΕΜΑ 5 i) Βρείτε το μήκος τόξου της καμπύλης $x = \frac{y^{3/2}}{3} - \sqrt{y}, 1 \leq y \leq 9$. (Μον. 1)

ii) Να υπολογιστεί το εμβαδόν της επιφάνειας που βρίσκεται μεταξύ της καμπύλης $y^2=4x$ και της ευθείας $y=2x-4$. (Μον 1)

Καλή επιτυχία