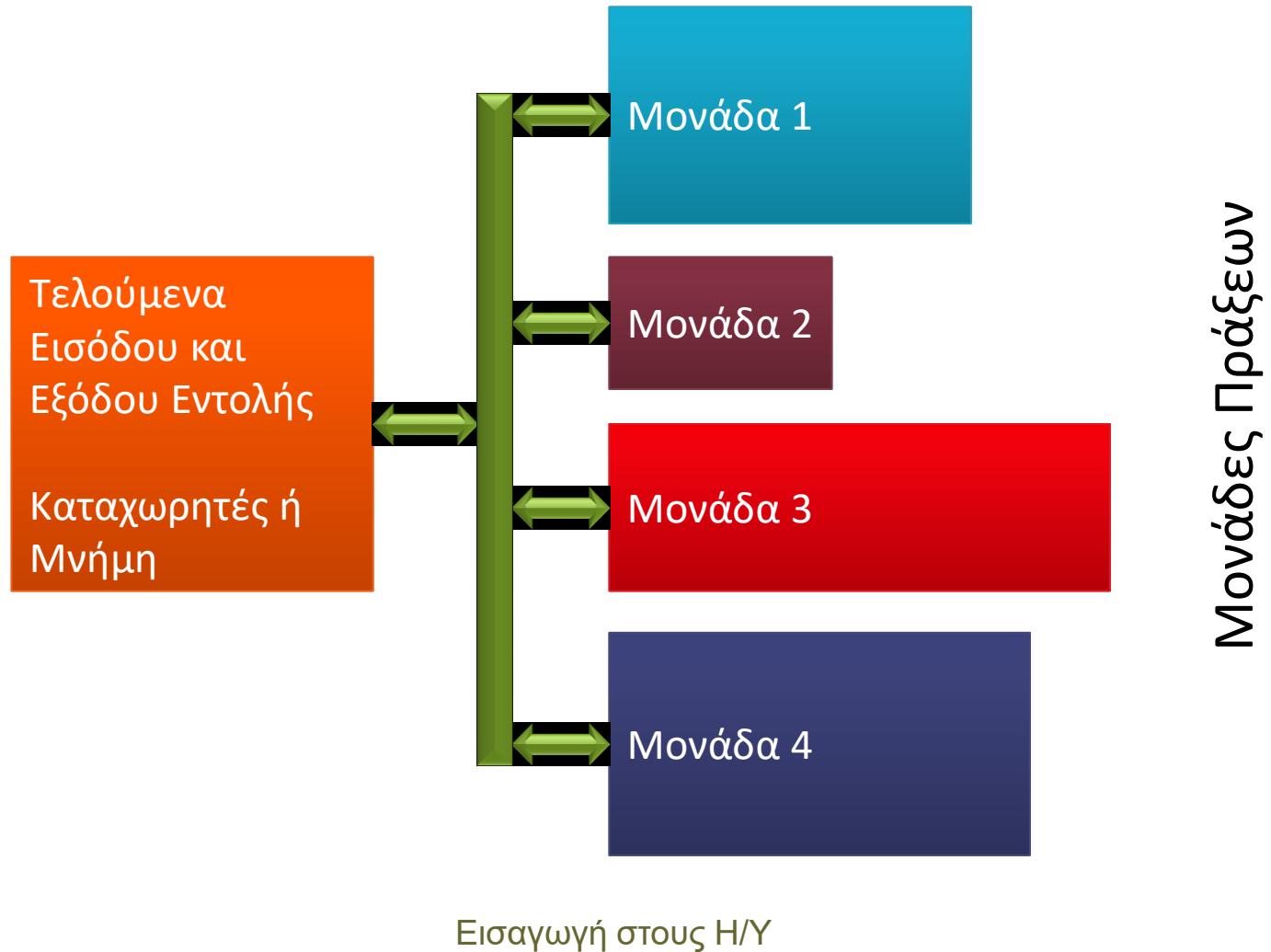


Εισαγωγή στους Η/Υ

Γιώργος Δημητρίου

Μάθημα 9-10: Βασικές Πράξεις

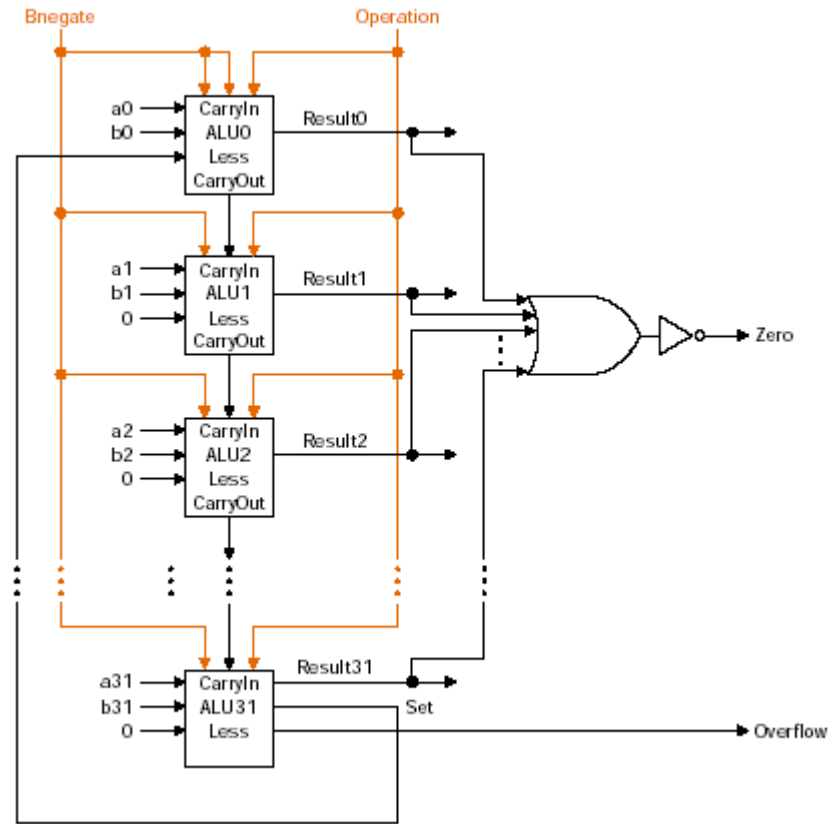
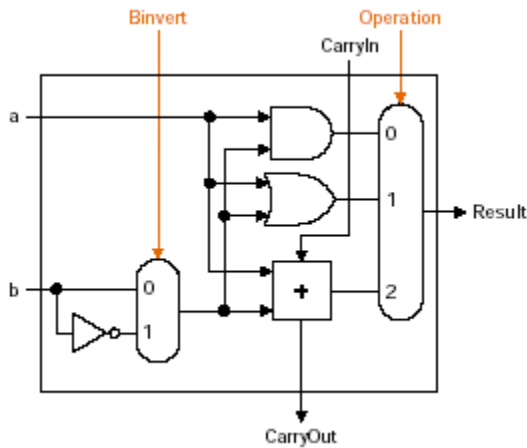
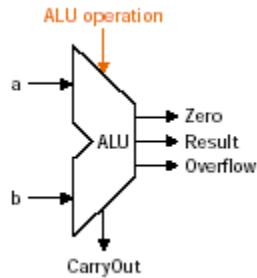
Μονοπάτι Επεξεργασίας Δεδομένων



Μονάδες Πράξεων

- Αριθμητική/Λογική Μονάδα (ΑΛΜ - ALU):
 - Βασικές αριθμητικές πράξεις
 - Πρόσθεση/Αφαίρεση
 - Λογικές πράξεις
- Μονάδες πολύπλοκων αριθμητικών πράξεων σταθερής υποδιαστολής:
 - Πολλαπλασιασμός και διαίρεση
- Μονάδες αριθμητικών πράξεων κινητής υποδιαστολής
- Μονάδες σύνθετων πράξεων
- Μονάδα ολίσθησης

Αριθμητική/Λογική Μονάδα



(υλοποίηση με διάδοση κρατουμένου – ripple-carry)

Αριθμητικές Πράξεις

- Σταθερής/Κινητής υποδιαστολής
 - πρόσθεση/αφαίρεση
 - πολλαπλασιασμός/διαίρεση
 - άλλες σύνθετες πράξεις
- Αλγόριθμοι πράξεων
- Υλικό πράξεων
 - άμεση απεικόνιση των αλγόριθμων σε λογικά κυκλώματα
 - μονάδα πρόσθεσης/αφαίρεσης ακεραίων απαραίτητη για όλες τις πράξεις

Πρόσθεση/Αφαίρεση Ακεραίων

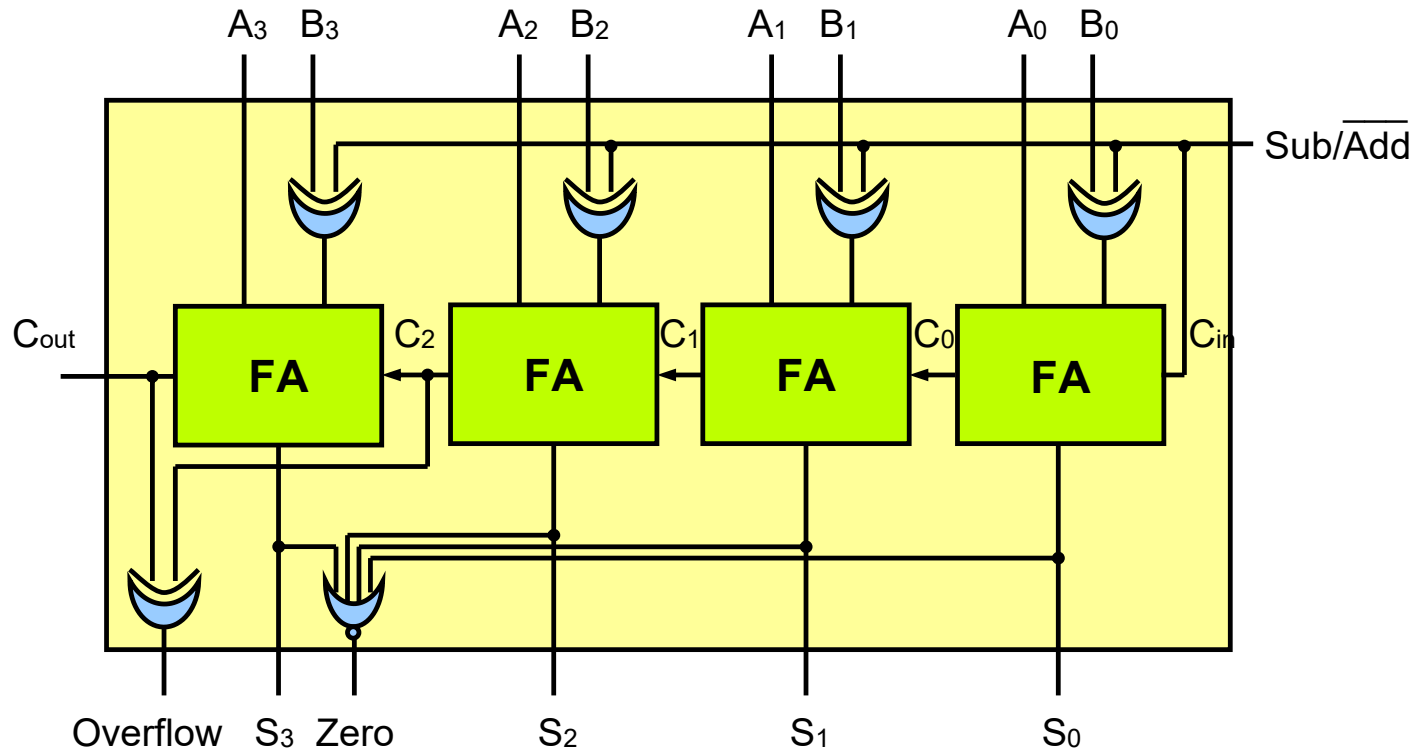
- Διάδοση κρατουμένου (carry-propagate, ripple-carry)
- Πρόβλεψη κρατουμένου (carry-lookahead)
- Επιλογή κρατουμένου (carry-select)
- Παράκαμψη κρατουμένου (carry-skip, carry-bypass)

Διάδοση Κρατουμένου

- Αλγόριθμος ριπής (ripple-carry):
 - Πρόσθεσε κάθε ζεύγος ψηφίων από δεξιά προς τα αριστερά, διαδίδοντας κάθε φορά το κρατούμενο προς το ζεύγος επόμενης σημαντικότητας
- Η διάδοση κρατουμένου είναι η πιο αργή πρόσθεση και απεικονίζει στο υλικό την πράξη που κάνουμε με το χέρι
- Επεκτείνεται εύκολα για αφαίρεση

Διάδοση Κρατουμένου

- Μονάδα διάδοσης κρατουμένου 4 bits:



- Αριθμητική συμπληρώματος του 2
- Πότε έχουμε υπερχείλιση;

Εισαγωγή στους Η/Υ

Πρόβλεψη Κρατουμένου

■ Βοηθητικές έννοιες:

- r_i : Διάδοση κρατουμένου στο ψηφίο i
 - Αν η μία μόνο από τις δύο εισόδους είναι 1, τότε ό,τι κρατούμενο έρθει, θα διαδοθεί στο επόμενο ψηφίο
 - Άρα: $r_i = a_i \oplus b_i$
- g_i : Παραγωγή κρατουμένου στο ψηφίο i
 - Αν και οι δύο είσοδοι είναι 1, τότε το κρατούμενο που προκύπτει είναι πάντα 1
 - Άρα: $g_i = a_i b_i$

Πρόβλεψη Κρατουμένου

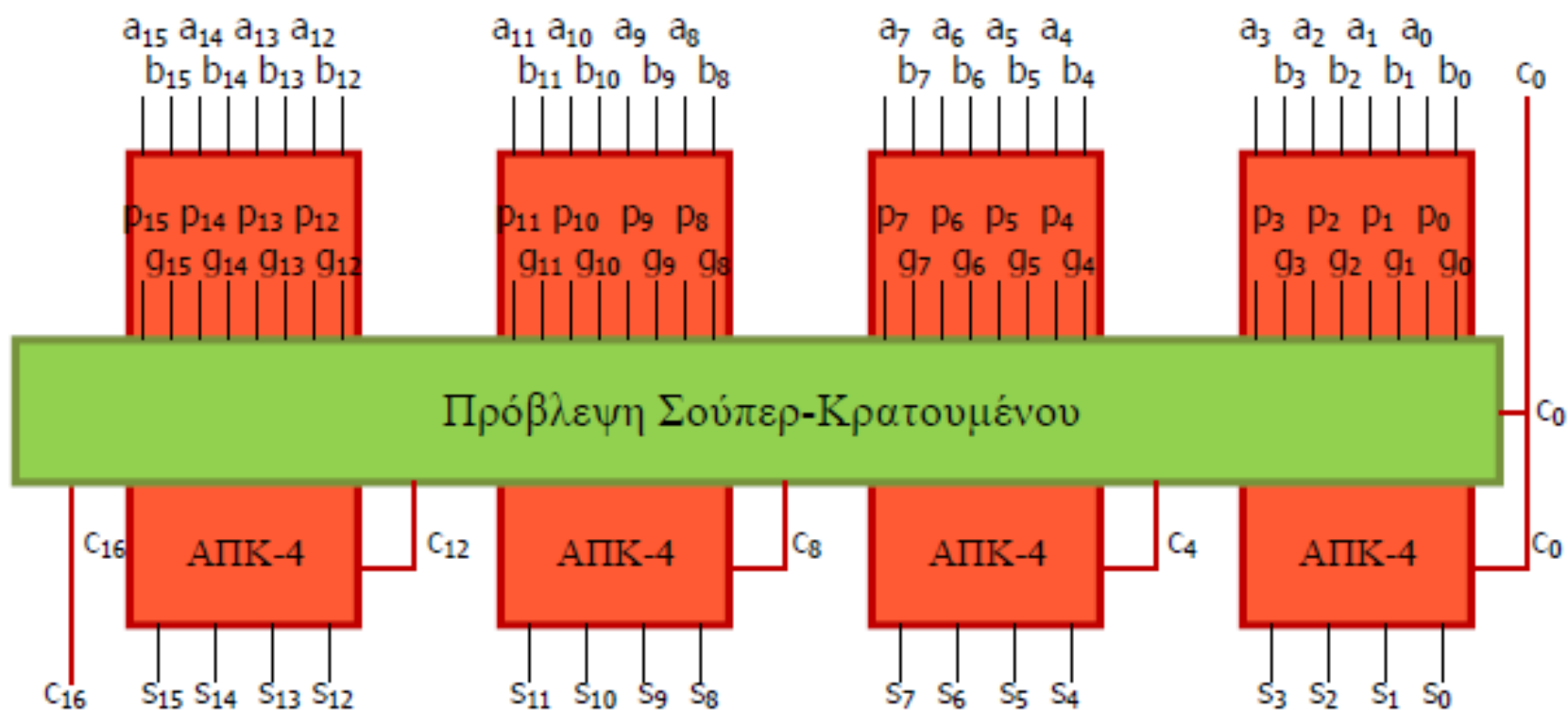
- Άμεσος υπολογισμός κρατουμένων
 - Για κάθε ψηφίο, παραγωγή νέου κρατουμένου ή διάδοση με ενεργοποιημένο κρατούμενο εισόδου, δηλαδή:
 - $c_{i+1} = g_i + p_i c_i$
 - οπότε συνδυαστικά προκύπτει:
 - $c_{i+4} = g_{i+3} + p_{i+3} (g_{i+2} + p_{i+2} (g_{i+1} + p_{i+1} (g_i + p_i c_i)))$
- Μετά υπολογισμός αθροισμάτων
 - Με βάση τη σχέση: $s_i = p_i \oplus c_i$

Πρόβλεψη Κρατουμένου

- Αλγόριθμος πρόβλεψης κρατουμένου:
 - Υπολόγισε ταυτόχρονα για όλα τα ζεύγη ψηφίων τις τιμές διάδοσης και παραγωγής κρατουμένου p_i και g_i αντίστοιχα
 - Με βάση τις τιμές αυτές υπολόγισε τα κρατούμενα εξόδου ολόκληρων μπλοκ ζευγών ψηφίων και όχι μεμονωμένων ζευγών
 - Μεταξύ των μπλοκ κάνε διάδοση, ή επανάλαβε ιεραρχικά την πρόβλεψη για μέγιστη απόδοση

Πρόβλεψη Κρατουμένου

- Παράδειγμα για εύρος 16 bits:



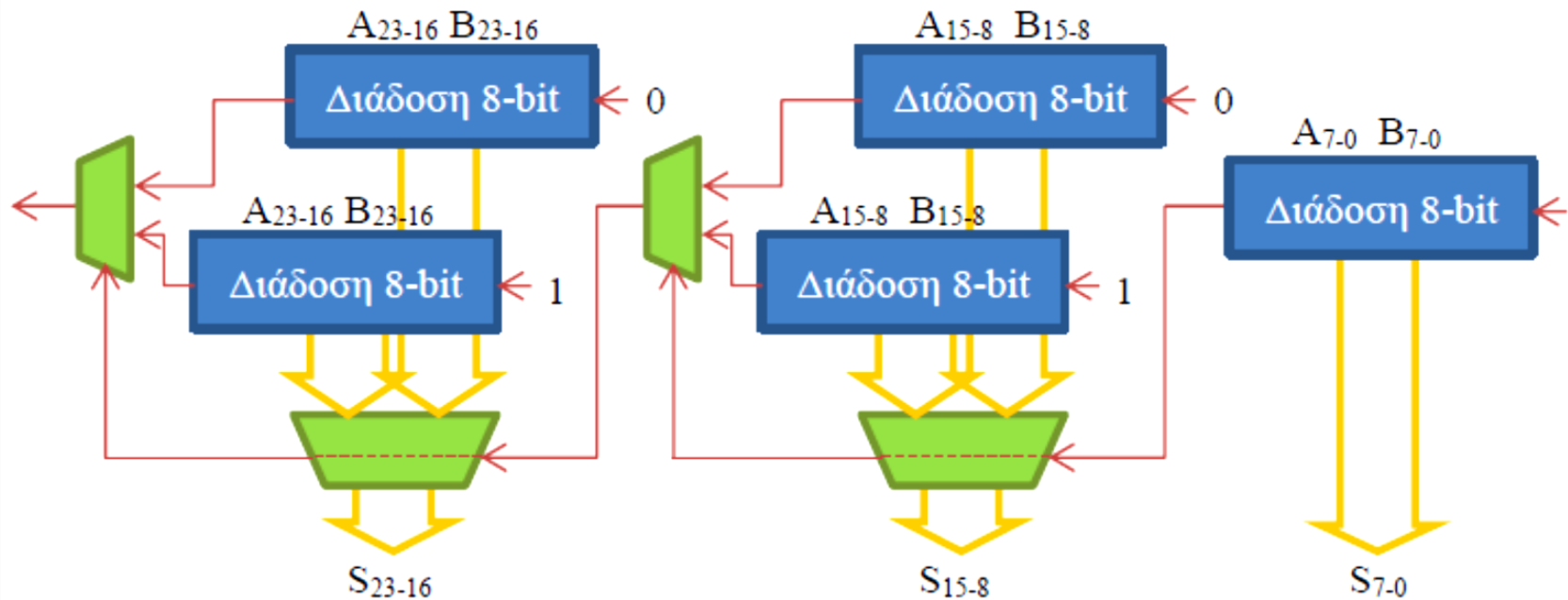
- Ιεραρχική υλοποίηση για εύρος 32, 64, 128, 256 bits

Επιλογή Κρατουμένου

- Αλγόριθμος επιλογής κρατουμένου:
 - Χώρισε σε τμήματα τους δύο αριθμούς, με τον ίδιο τρόπο
 - Στείλε κάθε ζεύγος τμημάτων, εκτός του πρώτου, σε μπλοκ δύο διαφορετικών αθροιστών διάδοσης κρατουμένου, με διαφορετικά κρατούμενα εισόδου, 0 και 1
 - Με βάση την έξοδο κάθε μπλοκ κάνε την επιλογή αποτελέσματος του επόμενου μεσω πολυπλέκτη

Επιλογή Κρατουμένου

- Παράδειγμα για εύρος 24 bits:



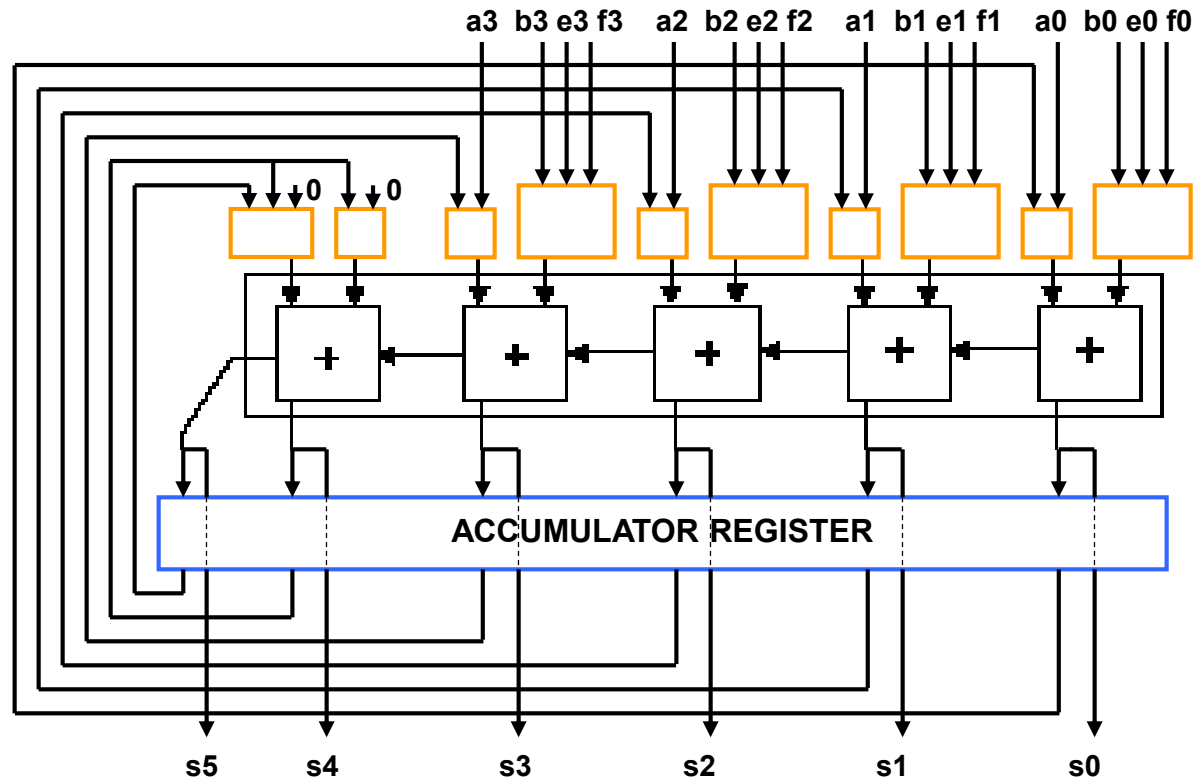
- Οι επιμέρους αθροιστές μπορούν να είναι διαφορετικού εύρους για ταχύτερη πράξη

Παράκαμψη Κρατουμένου

- Αλγόριθμος παράκαμψης κρατουμένου:
 - Χώρισε σε τμήματα τους δύο αριθμούς
 - Στείλε κάθε ζεύγος τμημάτων, εκτός του πρώτου και του τελευταίου, σε έναν αθροιστή διάδοσης κρατουμένου
 - Υπολόγισε τις τιμές διάδοσης p_i των ψηφίων, ώστε να βρεις την τιμή διάδοσης του τμήματος
 - Σε διάδοση, πέρανα το κρατούμενο εισόδου στην έξοδο, αλλιώς λάβε το κρατούμενο εξόδου του αθροιστή

Χειρισμός Πολλών Προσθετέων

■ Επαναληπτικά:

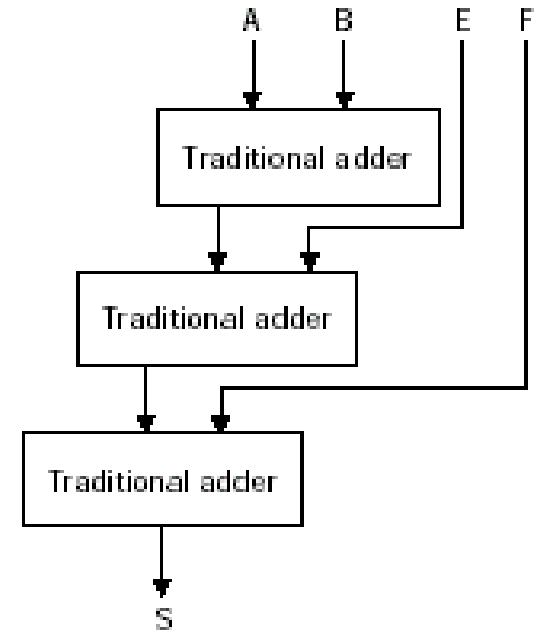
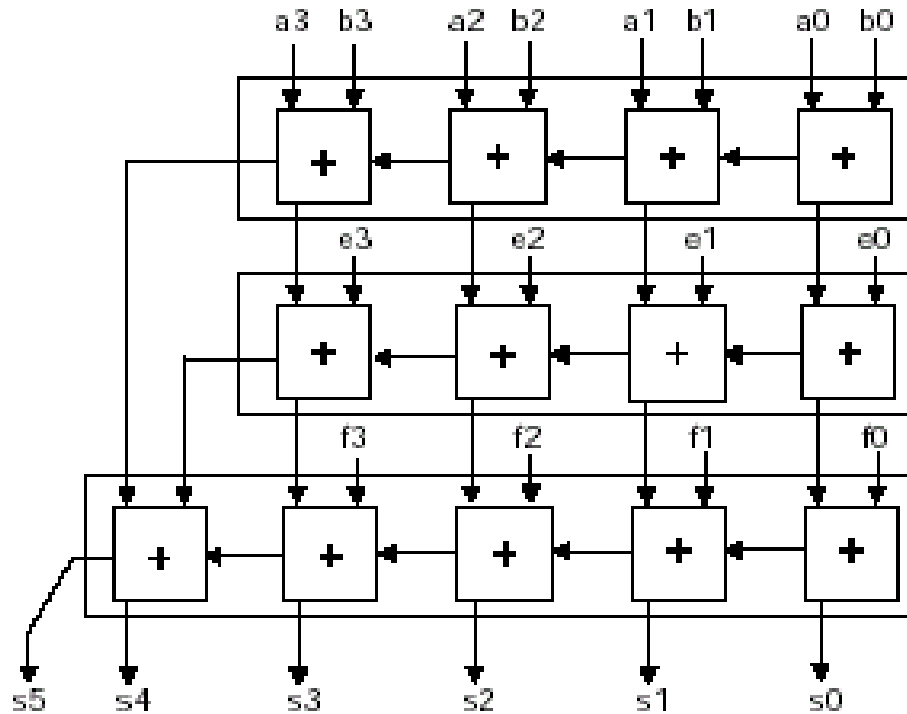


- Συσσώρευση μερικών αθροισμάτων
- Πολυπλέκτες για επιλογή εισόδων
- Αθροιστής οποιουδήποτε τύπου

Εισαγωγή στους Η/Υ

Χειρισμός Πολλών Προσθετέων

- Συνδυαστικά:



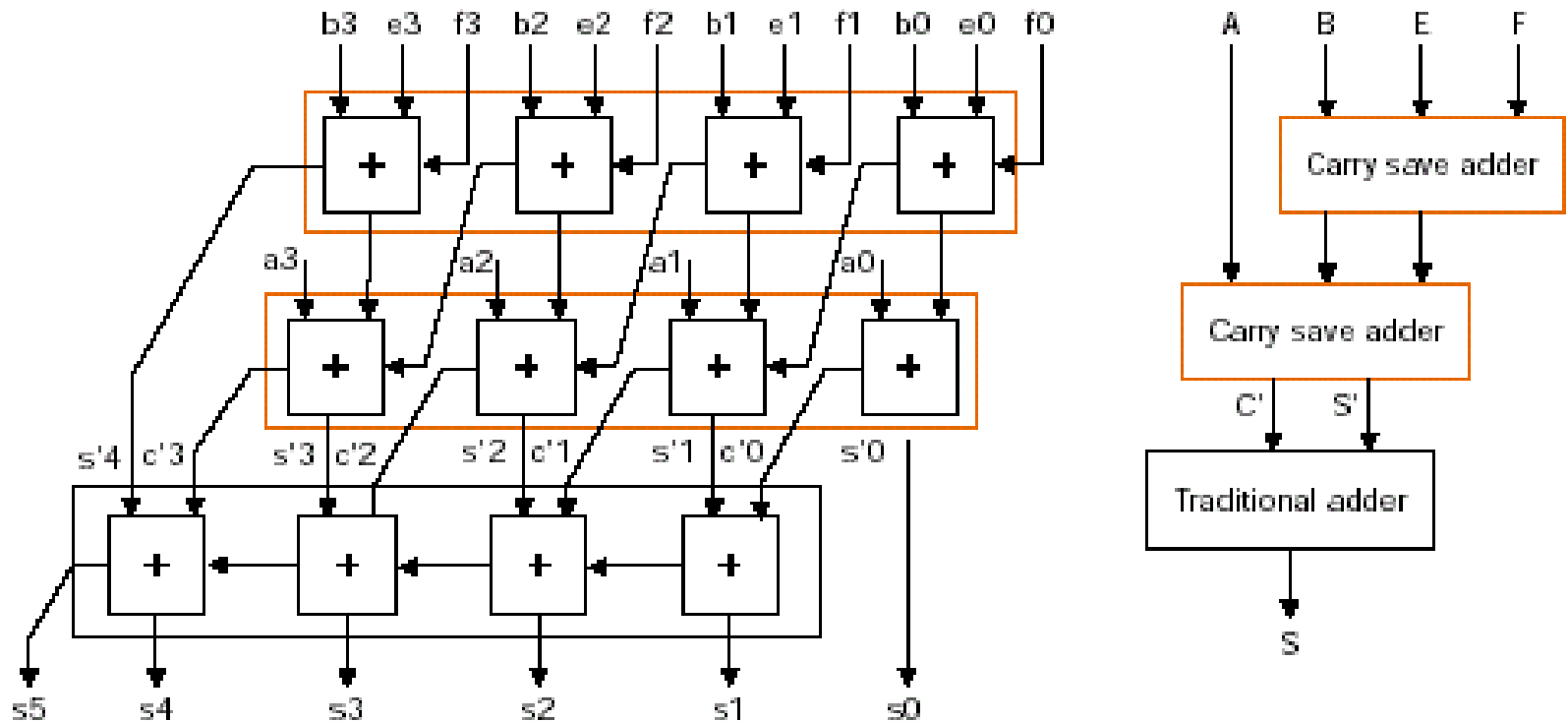
- Γίνεται και καλύτερα...

Διατήρηση (ή Αποθήκευση) Κρατουμένου

- Αλγόριθμος συνδυαστικής πρόσθεσης πολλών αριθμών:
 - Πρόσθεσε τα ψηφία των δύο πρώτων αριθμών, όμως χωρίς διάδοση κρατουμένου
 - Στείλε τα κρατούμενα στα ψηφία επόμενης σημαντικότητας του παρακάτω επιπέδου: επιμέρους άθροισμα + επόμενος αριθμός
 - Χρησιμοποίησε την είσοδο κρατουμένων του πρώτου επιπέδου για τον τρίτο αριθμό
 - Στο τέλος κάνε απλή πρόσθεση

Χειρισμός Πολλών Προσθετών

- Συνδυαστικά με διατήρηση κρατουμένου:



- Λέξεις αθροισμάτων / κρατουμένων
- Τελικός αθροιστής οποιουδήποτε τύπου

Βελτιστοποίηση Χειρισμού Πολλών Προσθετών

- Στην πρώτη υλοποίηση πρέπει όλοι οι αθροιστές να επιταχυνθούν
 - Ασύμφορο για το υλικό
- Στη δεύτερη υλοποίηση πρέπει να επιταχυνθεί μόνο ο τελικός αθροιστής
 - Οι επιμέρους αθροιστές διατήρησης κρατουμένου έχουν ήδη βέλτιστη απόδοση
 - Ελάχιστη επιβάρυνση του υλικού

Βελτιστοποίηση Χειρισμού Πολλών Προσθετών

- Ελαχιστοποίηση επιπέδων όταν έχουμε ≥ 4 αριθμούς στην απλή πρόσθεση και ≥ 6 αριθμούς στην πρόσθεση διατήρησης κρατουμένου:
 - Δυαδικό δέντρο στην απλή πρόσθεση ανά δύο αριθμούς
 - Δέντρο Wallace στην πρόσθεση διατήρησης κρατουμένου ανά τρεις αριθμούς