

# Εισαγωγή στους Η/Υ

Γιώργος Δημητρίου

Μάθημα 5 και 6: Αναπαραστάσεις

# Αναπαράσταση Πληροφορίας Η/Υ

- Εντολές
  - Γλώσσα μηχανής
  - Συμβολική γλώσσα
- Αριθμητικά δεδομένα
  - Σταθερής υποδιαστολής
  - Κινητής υποδιαστολής
- Μη αριθμητικά δεδομένα
  - Χαρακτήρες
  - Ειδικοί κώδικες

# Αριθμητικά Δεδομένα

- Αναπαράσταση αριθμητικών τιμών
- Ορισμός αναπαράστασης
  - Βάση και ψηφία αναπαράστασης
  - Σχέση αναπαράστασης και τιμής
  - Συνήθης αναπαράσταση με ένα ψηφίο για κάθε δύναμη της βάσης
    - Μονοσήμαντη αναπαράσταση για κάθε τιμή
    - Απλή αναπαράσταση για αριθμούς σταθερής, σύνθετη για αριθμούς κινητής υποδιαστολής

# Αναπαράσταση Αριθμών:

## 1. Σταθερής Υποδιαστολής

Αναπαράσταση σε βάση B:

$$N \equiv \alpha_{v-1}\alpha_{v-2}\dots\alpha_1\alpha_0.\alpha_{-1}\dots\alpha_{-\mu} (B)$$

όπου  $\alpha_i$  τα ψηφία του αριθμού, τέτοια ώστε

- $0 \leq T(\alpha_i) < B$ , και
- $T(\alpha_i) \neq T(\alpha_j)$  για  $\alpha_i \neq \alpha_j$

Αν δεν υπονοείται, η βάση μπορεί να αναγραφεί ως δείκτης στα δεξιά του αριθμού

# Ψηφία Αναπαράστασης

- Τα  $a_i$  μπορούν να είναι οποιαδήποτε σύμβολα, συνήθως αριθμητικά ή λατινικά αλφαβητικά:  
‘0’ – ‘9’ και ‘A’ – ‘Z’ ή ‘a’ – ‘z’
- Συνήθως ακολουθείται η φυσική διάταξη ψηφίων, με τα αλφαβητικά να έπονται των αριθμητικών:  
 $T('0') = 0, \dots, T('9') = 9, T('A') = 10, \dots$

# Παραδείγματα

- 236,013
- $236,013_8$
- $10110_2$
- $1da0,6b_{16}$
- $0,47a9c_{11}$  ?      Λάθος!  $T(c)=12>11$

# Εφαρμογή σε Η/Υ

- Συνήθως για τους Η/Υ  $B = 2, 8$  ή  $16$
- Τα δύο τελευταία αποτελούν ουσιαστικά σύμπτυξη του δυαδικού

$$\underline{0110} \underline{1000} \underline{1110}_2 = 3216_8 = 68e_{16}$$

- Αποθήκευση υποδιαστολής?
- Κβαντικοί υπολογιστές??

# Μη Προσημασμένοι Αριθμοί

- Τιμή μη προσημασμένης αναπαράστασης σταθερής υποδιαστολής:

$$T(N) = T(\alpha_{v-1}) \times B^{v-1} + \dots + T(\alpha_1) \times B + T(\alpha_0) + T(\alpha_{-1}) \times B^{-1} + \dots + T(\alpha_{-\mu}) \times B^{-\mu}$$

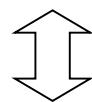
- Παρατήρηση: Αν η τιμή κάθε ψηφίου είναι ακέραιος αριθμός, τότε για να καλυφτούν όλες οι δυνατές τιμές, πρέπει τα διαθέσιμα ψηφία να καλύπτουν όλες τις τιμές και άρα να είναι  $B$  σε πλήθος



# Μοναδικότητα Αναπαράστασης

- Μπορεί να αποδειχτεί ότι για μη προσημασμένους αριθμούς διαφορετικές αναπαραστάσεις (των ίδιων  $n$  και  $\mu$ ) έχουν διαφορετικές τιμές και το αντίστροφο:

$$T(\alpha_{v-1} \dots \alpha_0 \cdot \alpha_{-1} \dots \alpha_{-\mu} (B)) \neq T(\beta_{v-1} \dots \beta_0 \cdot \beta_{-1} \dots \beta_{-\mu} (B))$$



$\alpha_i \neq \beta_i$  για τουλάχιστον ένα  $i$

# Εύρος/Ακρίβεια Αναπαράστασης

- Εύρος αναπαράστασης  $N_{\max}$ :  
ο αριθμός όπου  $T(\alpha_i) = B-1$ ,  $-\mu \leq i < v$ ,  
με τιμή:  $T(N_{\max}) = B^v - B^{-\mu}$
- Ακρίβεια αναπαράστασης  $N_{\min}$ :  
ο μικρότερος μη μηδενικός αριθμός της  
αναπαράστασης, με τιμή:  $T(N_{\min}) = B^{-\mu}$

# Μετατροπή Αναπαράστασης

Αλγόριθμος μετατροπής ακεραίου  $N$  σε αναπαράσταση βάσης  $B$   $n$  ψηφίων:

```
x := T(N);  
i := 0;  
repeat  
  ai := x mod B;  
  x := x div B;  
  i := i + 1;  
until x = 0 or i = n;
```

- Αν στο τέλος  $x \neq 0$ , η αναπαράσταση αντιστοιχεί στον αριθμό  $x \bmod B^n$

# Μετατροπή Αναπαράστασης

Αλγόριθμος μετατροπής κλασματικού  $N$  σε αναπαράσταση βάσης  $B$   $n$  ψηφίων:

```
x := T(N);  
i := 1;  
repeat  
    a-i := int (x * B);  
    x := x * B - a-i;  
    i := i + 1;  
until x = 0 or i = n;
```

- Τώρα, αν στο τέλος  $x \neq 0$ , η αναπαράσταση είναι ο  $x$  με ακρίβεια  $n$  κλασματικών ψηφίων

# Προσημασμένοι Αριθμοί

- Έστω ο μη προσημασμένος αριθμός:

$$N \equiv 01100100_{(2)}, T(N) = 100$$

- Πρόσημο / Μέτρο:

$$N1 \equiv 01100100_{(2)}, T(N1) = 100 = T(N)$$

$$N2 \equiv 11100100_{(2)}, T(N2) = -100 = -T(N)$$

- Συμπλήρωμα ως προς ελαττωμένη βάση:

$$-N \equiv \bar{N} \quad -100_{(10)} = (1\dots 1)10011011_{(2)}$$

- Συμπλήρωμα ως προς βάση:

$$-N \equiv \bar{N} + 1 \quad -100_{(10)} = (1\dots 1)10011100_{(2)}$$

# Αναπαράσταση Αριθμών:

## 2. Κινητής Υποδιαστολής

- $Q = \varepsilon\sigma$  ή  $Q = \sigma\varepsilon$ , όπου:
  - $\sigma$  : συντελεστής (σταθερής υποδιαστολής)
  - $\varepsilon$  : εκθέτης (ακέραιος)
- $T(Q) = \sigma \times B^\varepsilon$
- Κανονικοποίηση:
  - $\sigma = 0.\alpha_{-1}\alpha_{-2}\dots\alpha_{-\mu}$  με  $\alpha_{-1} > 0$  ή  $\sigma = 0$  είτε
  - $\sigma = \alpha_0.\alpha_{-1}\alpha_{-2}\dots\alpha_{-\mu}$  με  $\alpha_0 > 0$  ή  $\sigma = 0$ 
    - όταν  $B = 2$ , το πιο σημαντικό μη μηδενικό ψηφίο μπορεί να υπονοείται

# Εύρος/Ακρίβεια Αναπαράστασης

- Εύρος: καθορίζεται από το εύρος του εκθέτη.
  - δυαδικό σύστημα, εκθέτης 8 bits σε παράσταση συμπληρώματος του 2:  
$$T(Q_{\max}) = (2\text{-ακρίβεια}) \times 2^{(2^7 - 1)}$$
- Ακρίβεια: καθορίζεται από το μέγεθος του συντελεστή.
  - δυαδικό σύστημα, συντελεστής 23 bits:  
ακρίβεια =  $2^{-23}$
  - ακρίβεια και διακριτότητα τιμών

# Τυποποίηση IEEE 754

- $Q = \text{πεσ}$ 
  - $\pi$ : 0 αν  $Q \geq 0$ , 1 αν  $Q < 0$
  - $\sigma$ : μη προσημασμένο κλασματικό μέρος του συντελεστή
  - $\varepsilon$ : πολωμένος εκθέτης (πόλωση  $\beta$ )
- $T(Q) = (-1)^\pi \times (1.\sigma) \times 2^{(\varepsilon - \beta)}$ 
  - λέξη 32 bits: 8 εκθέτης, 23 συντελεστής ( $\sigma$ )
  - λέξη 64 bits: 11 εκθέτης, 52 συντελεστής ( $\sigma$ )
- Τεχνική πόλωσης:
  - $\varepsilon \leftarrow \varepsilon + \beta$ 
    - για εκθέτη  $\mu$  ψηφίων  $\beta = 2^{\mu-1} - 1$
  - αναπαράσταση του 0
  - σύγκριση αριθμών
    - $1.0 \times 2^{-1}$  και  $1.0 \times 2^{+1}$



# Αναπαράσταση Πληροφορίας Η/Υ

- Εντολές
  - Γλώσσα μηχανής
  - Συμβολική γλώσσα
- Αριθμητικά δεδομένα
  - Σταθερής υποδιαστολής
  - Κινητής υποδιαστολής
- Μη αριθμητικά δεδομένα
  - Χαρακτήρες
  - Ειδικοί κώδικες

# Κωδικοποίηση Χαρακτήρων

## ■ ASCII

- κάθε χαρακτήρας απαιτεί 7 bits για την αναπαράστασή του (πρακτικά 1 byte)

## ■ Unicode:

- προσπάθεια κάλυψης χαρακτήρων από πολλές γλώσσες και συμβολισμούς
  - $2^{21}$  χαρακτήρες (Unicode points)
- μεταβλητό μέγεθος έως 32 bits
  - UTF-8: μέγιστη συμβατότητα με ASCII
  - UTF-16: ελάχιστο μέγεθος 2 bytes
  - UTF-32: σταθερό μέγεθος 32 bits

# Άλλοι Κώδικες

- Δεκαδικοί κώδικες (BCD):
  - αναπαράσταση αριθμών με βάση 10
  - κάθε δεκαδικό ψηφίο αναπαριστάται με μια ακολουθία 4 bits
  - περισσότερο συμβολοσειρά παρά αριθμός
- Κώδικας Gray:
  - διαδοχικά δεκαδικά ψηφία διαφέρουν σε 1 και μόνο bit
  - εφαρμογή στην ψηφιακή σχεδίαση και τους χάρτες Karnaugh

# Ειδικοί Κώδικες

- Κώδικες συμπίεσης
  - ήχου (πχ. mp3)
  - εικόνας (πχ. jpeg)
  - βίντεο (πχ. mpeg4)
  - γενικής πληροφορίας (πχ. zip)
- Κώδικες κρυπτογράφησης
  - πχ. AES
- Κώδικες εφαρμογών
  - πχ. pdf, doc

# Κώδικες Ελέγχου & Διόρθωσης Λαθών

- Έλεγχος και ανίχνευση λάθους
  - ψηφίο ισοτιμίας: δηλώνει ότι ο αριθμός των 1 στην πληροφορία είναι περιττός/άρτιος.
    - περιπτή, άρτια ισοτιμία
    - ελέγχεται με απλά συνδυαστικά κυκλώματα
- Διόρθωση λάθους (κώδικες Hamming)
  - απόσταση Hamming του κώδικα: ελάχιστος αριθμός ψηφίων η αλλαγή των οποίων οδηγεί από έγκυρη πληροφορία σε μια άλλη.
    - απόσταση  $k$ : ανιχνεύει  $k-1$ , διορθώνει  $k-2$  λάθη