

ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΙΑ

Ψηφιακή ασφάλεια και ιδιωτικότητα

Γεώργιος Σπαθούλας

Msc Πληροφορική και υπολογιστική βιοιατρική

Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΑΣΦΑΛΕΙΑΣ

- **Εμπιστευτικότητα (Confidentiality)** : Αποφυγή αποκάλυψης πληροφοριών χωρίς την άδεια του ιδιοκτήτη τους
- **Εγκυρότητα (Integrity)** : Απόλυτη ακρίβεια και πληρότητα μιας πληροφορίας
- **Διαθεσιμότητα (Availability)** : Αποφυγή προσωρινής ή μόνιμης άρνησης διάθεσης της πληροφορίας σε εξουσιοδοτημένους χρήστες
- **Ανιχνευσιμότητα (Accountability)** : Η δυνατότητα ανίχνευσης συμβάντων και των υπευθύνων τους

- Η πληροφορία δεν γίνεται γνωστή σε μη εξουσιοδοτημένες οντότητες
- Η έννοια της εμπιστευτικότητας προϋποθέτει την ύπαρξη μίας πολιτικής ελέγχου πρόσβασης που καθορίζει ποιος ή τι μπορεί να έχει πρόσβαση σε κάποια δεδομένα
- Παράδειγμα : Ιατρικά δεδομένα υποψηφίων για μία θέση γίνονται γνωστά στον εργοδότη ή μία εταιρεία αποκτά πρόσβαση στα σχέδια ενός μελλοντικού προϊόντος μίας ανταγωνίστριας της

- Τα δεδομένα δεν έχουν αλλάξει
- Η εγκυρότητα των δεδομένων απαιτεί αυτά να μην έχουν αλλοιωθεί κατά οποιονδήποτε τρόπο από κάποιον που δεν έχει τα απαραίτητα δικαιώματα
- Παράδειγμα : Ένα ηλεκτρονικό σύστημα πληρωμών αλλάζει το ποσό μίας πληρωμής από 100 σε 1000 ευρώ

- Δεδομένα ή υπηρεσίες είναι διαθέσιμα πάντα όταν πρέπει
- Η διαθεσιμότητα μπορεί να πληγεί από ποικίλες αιτίες όπως φυσικές καταστροφές, διακοπή ρεύματος αλλά κυρίως από ηθελημένες επιθέσεις
- Συνήθως η διαθεσιμότητα παραβιάζεται μέσω επιθέσεων που προσπαθούν να εξαντλήσουν τους πόρους ενός συστήματος
- Παράδειγμα : Οι Denial of service επιθέσεις σε διάφορες on-line υπηρεσίες

- Όλες οι δραστηριότητες καταγράφονται και μπορούν στην συνέχεια να αποδοθούν στους υπευθύνους τους
- Όταν όλα τα μέσα προστασίας αποτυγχάνουν και παραβιάζεται η ασφάλεια ενός συστήματος πρέπει τουλάχιστον να είναι δυνατή η ανίχνευση του υπευθύνου για το συμβάν
- Η διατήρηση αρχείων καταγραφής στο ίδιο το σύστημα δεν είναι συνήθως αρκετά ασφαλής για αυτό και επιλέγεται η διατήρηση τους σε ανεξάρτητη υποδομή
- Παράδειγμα : Ένας επιτιθέμενος πού αποκτά πρόσβαση σε ένα server στην συνέχεια σβήνει τα αρχεία καταγραφής

ΒΑΣΙΚΕΣ ΕΝΝΟΙΕΣ

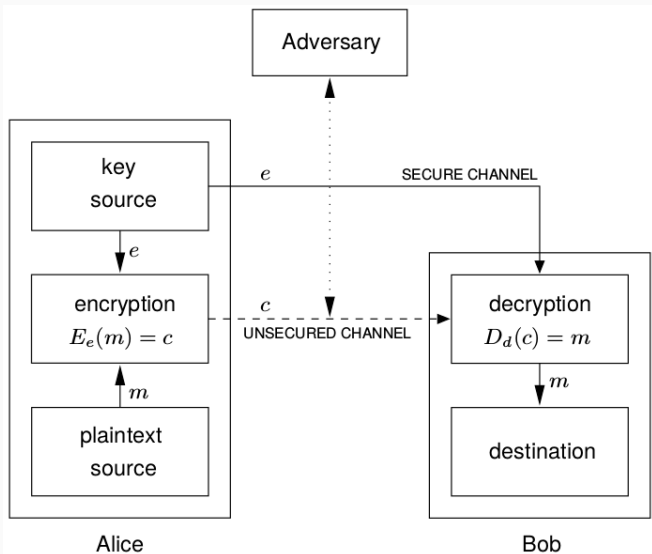
Με τον όρο **κρυπτογραφία** εννοούμε τη μελέτη μαθηματικών τεχνικών που στοχεύουν στην εξασφάλιση θεμάτων που άπτονται της ασφάλειας μετάδοσης της πληροφορίας, όπως εμπιστευτικότητα, πιστοποίηση ταυτότητας του αποστολέα και διασφάλιση του αδιάβλητου της πληροφορίας.

- **Plaintext (απλό κείμενο):** Το αρχικό κομμάτι πληροφορίας
- **Ciphertext (κρυπτόγραμμα):** Το κρυπτογραφημένο μήνυμα
- **Encryption :** Η διαδικασία της κρυπτογράφησης ενός μηνύματος
- **Decryption :** Η διαδικασία αποκρυπτογράφησης του κρυπτογραφημένου μηνύματος

- Αλγόριθμοι κρυπτογράφησης που χρησιμοποιούν ένα ή περισσότερα κλειδιά (keys)
- Η ασφάλεια έγκειται στο ότι **δεν είναι γνωστό το κλειδί**
- Οι αλγόριθμοι κρυπτογράφησης και αποκρυπτογράφησης μπορούν να είναι ευρέως γνωστοί (αρχή του Kerchhoff)
- **Κρυπτανάλυση** είναι η μελέτη μαθηματικών τεχνικών που στοχεύουν στην ακύρωση των κρυπτογραφικών μεθόδων, καθιστώντας τις έτσι μη κατάλληλες για κρυπτογραφικούς σκοπούς
- Ένας αλγόριθμος θεωρείται μη ασφαλής αν είναι δυνατή η ανάκτηση του **αρχικού μηνύματος** ή του **κλειδιού** από το **κρυπτόγραμμα**, ή αν είναι δυνατή η ανάκτηση του **κλειδιού** από ζευγάρια **plaintext - ciphertext**

- Αλγόριθμοι συμμετρικού (ή κρυφού) κλειδιού (**symmetric key algorithms**) Χρησιμοποιείται το ίδιο κλειδί τόσο για την κρυπτογράφηση όσο και για την αποκρυπτογράφηση
- Αλγόριθμοι ασύμμετρου (ή δημοσίου) κλειδιού (**Asymmetric (or public key) algorithms**) Χρησιμοποιούνται διαφορετικά κλειδιά για την κρυπτογράφηση και την αποκρυπτογράφηση

ΣΥΜΜΕΤΡΙΚΗ ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΗΣΗ



- Το απλό κείμενο εισάγεται μαζί με το κλειδί στον αλγόριθμο κρυπτογράφησης
- Το αποτέλεσμα του αλγόριθμου κρυπτογράφησης είναι το κρυπτοκείμενο. Για δεδομένο απλό κείμενο, δύο διαφορετικά κλειδιά παράγουν δύο διαφορετικά κρυπτοκείμενα
- Ο αλγόριθμος αποκρυπτογράφησης δέχεται ως είσοδο το κρυπτοκείμενο και το κλειδί το οποίο είναι το ίδιο με αυτό του αλγόριθμου κρυπτογράφησης
- Ο αλγόριθμος αποκρυπτογράφησης εφαρμόζει τους αντίστροφους μετασχηματισμούς από αυτούς του αλγόριθμου κρυπτογράφησης και επαναφέρει το κείμενο στην αρχική του μορφή, αυτήν του απλού κειμένου

Απαίτηση για ασφαλές κανάλι επικοινωνίας

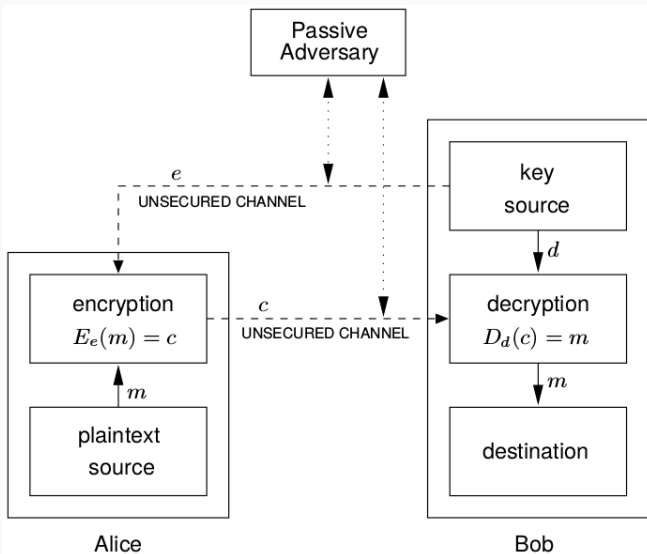
Ένα **ασφαλές κανάλι επικοινωνίας** πρέπει να υπάρχει για την επικοινωνία των δύο κόμβων, προκειμένου να ενημερώσει ο ένας τον άλλον για τον κλειδί. Η απαίτηση αυτή μπορεί υπό συγκεκριμένες συνθήκες να αποτελέσει ένα μεγάλο πρόβλημα για την επικοινωνία δύο κόμβων με συμμετρική κρυπτογράφηση.

Το πρόβλημα του τετραγώνου

Εάν **n μέλη** επικοινωνούν μεταξύ τους με συμμετρική κρυπτογραφία συνολικά θα πρέπει να μοιραστούν **$n(n-1)/2$ κλειδιά**. Ο αριθμός αυτός είναι ανάλογος με το τετράγωνο του αριθμού των κόμβων, οπότε για μεγάλο αριθμό κόμβων η συμμετρική κρυπτογράφηση είναι ακατάλληλη λύση.

- Ένα κρυπτοσύστημα ονομάζεται ασύμμετρο, όταν χρησιμοποιούνται δύο διαφορετικά κλειδιά, το ένα για την κρυπτογράφηση και το άλλο για την αποκρυπτογράφηση
- Τα κλειδιά δημιουργούνται στον παραλήπτη, ο οποίος είναι ο μόνος που μπορεί να παράγει και να συσχετίσει ένα ζευγάρι ασύμμετρων κλειδιών
- Το κλειδί για την κρυπτογράφηση ονομάζεται **δημόσιο κλειδί** γιατί μπορεί να διατεθεί ελεύθερα χωρίς να απαιτείται ασφαλές κανάλι για τη μετάδοσή του
- Το κλειδί που χρησιμοποιείται για την αποκρυπτογράφηση είναι το **ιδιωτικό κλειδί** και παραμένει υπό την κατοχή του παραλήπτη

ΑΣΥΜΜΕΤΡΗ ΚΡΥΠΤΟΓΡΑΦΗΣΗ



- Η διαδικασία της ασύμμετρης κρυπτογράφησης έχει ως εξής :
 - Ο αποστολέας ζητάει από τον παραλήπτη το δημόσιο κλειδί K_e
 - Ο παραλήπτης στέλνει το δημόσιο κλειδί μέσω του μη ασφαλούς καναλιού επικοινωνίας
 - Ο αποστολέας κρυπτογραφεί το μήνυμα P με το δημόσιο κλειδί του παραλήπτη και στέλνει το κρυπτοκείμενο στον παραλήπτη C
 - Ο παραλήπτης αποκρυπτογραφεί το κρυπτοκείμενο χρησιμοποιώντας το ιδιωτικό κλειδί K_d
- Τα δημόσιο κλειδιά των κόμβων επικοινωνίας μπορεί να είναι δημοσιευμένα εξ αρχής οπότε σε αυτή την περίπτωση δεν χρειάζονται τα δύο πρώτα βήματα
- Στην ασύμμετρη κρυπτογράφηση δεν χρειάζεται ασφαλές κανάλι επικοινωνίας
- Ο αριθμός των κλειδιών που απαιτούνται για επικοινωνίας n κόμβων είναι $2n$

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ RSA

- Ανακλύφθηκε το 1977 από τους Rivest, Shamir, Adleman
- Η ασφάλειά του βασίζεται στο δύσκολο πρόβλημα της παραγοντοποίησης ενός σύνθετου ακεραίου σε γινόμενο πρώτων παραγόντων

1. Ο χρήστης διαλέγει δύο πολύ μεγάλους πρώτους αριθμούς p, q
2. Υπολογίζει το γινόμενο τους $N = p * q$
3. Υπολογίζει την συνάρτηση Euler $\Phi(N) = (p - 1)(q - 1)$
4. Διαλέγει ένα τυχαίο αριθμό e με $e < \Phi(N)$ και $\gcd(e, \Phi(N)) = 1$. Ο αριθμός e δημοσιοποιείται.
5. Με τον αλγόριθμο του Ευκλείδη ο χρήστης υπολογίζει μοναδικό ακέραιο d ώστε $1 < d < \Phi(N)$ και $e * d \bmod(\Phi(N)) = 1$ (ο d είναι ο αντίστροφος του e ως προς $\bmod(\Phi(N))$)
6. Το δημόσιο κλειδί είναι το (N, e) και
7. Το ιδιωτικό είναι το (N, d)

Η κρυπτογράφηση γίνεται με την σχέση $c = m^e \bmod N$

Η αποκρυπτογράφηση γίνεται με την σχέση $m = c^d \bmod N$

- Ο αποστολέας πρέπει να κάνει τα εξής:
 1. Παραλαμβάνει το σημείο κλειδί του παραλήπτη (N, e)
 2. Εκφράζει το μήνυμα που θα στείλει με έναν αριθμό στο διάστημα $[0, n - 1]$
 3. Υπολογίζει το κρυπτόγραμμα με την σχέση $c = m^e \bmod N$
 4. Στέλνει το κρυπτογράμμα στον παραλήπτη
- Ο παραλήπτης παραλαμβάνει το κρυπτοκείμενο και το αποκρυπτογραφεί με το ιδιωτικό του κλειδί (N, d) , με την σχέση $m = c^d \bmod N$

- Ο χρήστης επιλέγει δύο τυχαίους πρώτους αριθμούς
 $p = 3, q = 11$
- Υπολογίζει $N = p * q = 33$
- Υπολογίζει $\Phi(N) = (p - 1)(q - 1) = 20$
- Επιλέγει αριθμό e που να μην έχει κοινούς διαιρέτες με το $\Phi(N)$, $e = 7$
- Με τον αλγόριθμο του Ευκλείδη $d = 3$
- Η κρυπτογράφηση γίνεται με την σχέση $c = m^7 \bmod 33$
- Η αποκρυπτογράφηση γίνεται με την σχέση $m = c^3 \bmod 33$

ΑΛΓΟΡΙΘΜΟΣ PAILLIER

- Το κρυπτοσύστημα Paillier δημιουργήθηκε το 1999
- Σχεδιάστηκε από τον Γάλλο ερευνητή Pascal Paillier
- Είναι ένας αλγόριθμος δημοσίου κλειδιού
- Αναλύονται :
 - η δημιουργία των κλειδιών
 - η πράξη της κρυπτογράφησης
 - και η πράξη της αποκρυπτογράφησης

- Επιλέγονται δύο μεγάλοι τυχαίοι πρώτοι αριθμοί p, q
- Υπολογίζεται το γινόμενο τους $n = p * q$
- Επιλέγεται ένας ακέραιος αριθμός $g \in \mathbb{Z}_{n^2}^*$ (δηλαδή, ο g αντιστρέφεται ως προς modulo n^2)
- τέτοιος ώστε το n και το $L(g^{\lambda} \bmod n^2)$ είναι σχετικώς πρώτοι :

$$\gcd(n, L(g^{\lambda} \bmod n^2)) = 1 \quad (1)$$

- Το L αναπαριστά την συνάρτηση $L : \mathbb{Z}_{n^2} \rightarrow \mathbb{Z}_n$:

$$u \rightarrow \frac{u - 1}{n} \quad (2)$$

- Το λ αναπαριστά την συνάρτηση Carmichael

$$\lambda(p * q) = \text{lcm}(p - 1, q - 1) \quad (3)$$

- lcm = ελάχιστο κοινό πολλαπλάσιο
- Δημόσιο κλειδί : (n, g)
- Ιδιωτικό κλειδί : (p, q)

- Κατά την διαδικασία της κρυπτογράφησης του **απλού κειμένου** $m \in \mathbb{Z}_n$ επιλέγεται ένας **τυχαίος ακέραιος** $r \in \mathbb{Z}_n^*$
- Με την χρήση του **τυχαίου** r ο αλγόριθμος αποκτά μία ιδιότητα που λέγεται **probabilistic encryption**, και πρακτικά για το ίδιο απλό κείμενο, δύο κρυπτογραφήσεις παράγουν διαφορετικά κρυπτοκείμενα
- Το αποτέλεσμα είναι το **κρυπτοκείμενο** $c \in \mathbb{Z}_n^2$ που υπολογίζεται από την σχέση :

$$c = g^m * r^n \text{ mod } n^2 \quad (4)$$

- Κατά την διαδικασία της αποκρυπτογράφησης του κρυπτοκειμένου c χρησιμοποιείται το ιδιωτικό κλειδί του αλγόριθμου (p,q)
- Υπολογίζεται από την σχέση :

$$m = \frac{L(c^\lambda \bmod n^2)}{L(g^\lambda \bmod n^2)} \quad (5)$$

- $g = n + 1$
- $\lambda = \Phi(N)$
- $\mu = \Phi(N)^{-1} \bmod n$
- Κρυπτογράφηση $c = g^m * r^n \bmod n^2$
- Αποκρυπτογράφηση $= L(c^\lambda \bmod n^2) \mu \bmod n$