

ΑΣΚΗΣΗ 6

ΓΕΩΜΕΤΡΙΚΟΙ ΜΕΤΑΣΧΗΜΑΤΙΣΜΟΙ – ΧΩΡΙΚΗ ΤΑΥΤΙΣΗ ΕΙΚΟΝΩΝ

Σας δίνεται οριζόντια τομή εγκεφάλου μαγνητικού τομογράφου `mr1_t1.bmp`. Διαβάστε τα δεδομένα της εικόνας (`imread`) και αναθέστε τα στη μεταβλητή `I1`.

Α. Προβολικός Μετασχηματισμός

Η μετατόπιση 4 σημείων μίας εικόνας ορίζει πλήρως τις παραμέτρους είτε ενός διγραμμικού μετασχηματισμού, είτε ενός προβολικού μετασχηματισμού. Στην παρούσα άσκηση σας δίνονται οι αρχικές και τελικές θέσεις 4 σημείων μίας εικόνας (ως αρχικές θέσεις επιλέγονται οι 4 κορυφές της) και ζητείται η εφαρμογή του προβολικού μετασχηματισμού σε ολόκληρη την εικόνα.

Σας δίνεται εικόνα διαστάσεων $N \times M$ (256x256) με τις ακόλουθες αντιστοιχίσεις σημείων:

Αρχικό σημείο \rightarrow Τελικό σημείο

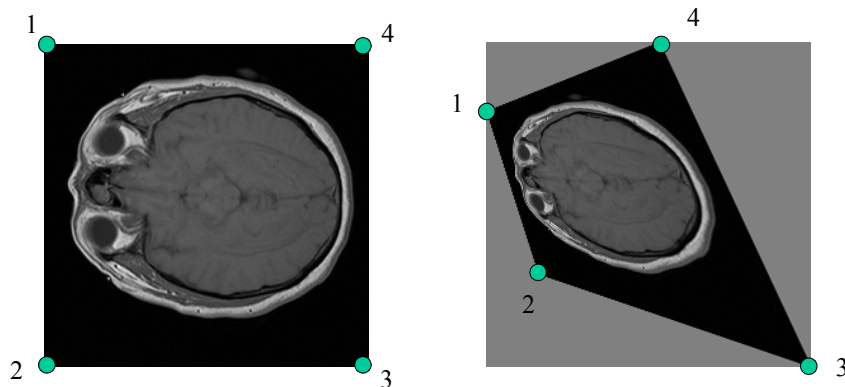
$$(1, 1) \rightarrow (10, 72)$$

$$(1, N) \rightarrow (48, N-73)$$

$$(M, 1) \rightarrow (M-120, 25)$$

$$(N, M) \rightarrow (N-10, M-10)$$

Εφαρμόστε τον προβολικό μετασχηματισμό με χρήση συναρτήσεων Matlab (`maketform`, `imtransform`)



Β. Συσχετισμένος (Affine) Γεωμετρικός μετασχηματισμός

Εστω ότι επιθυμούμε να μετασχηματίσουμε την `I1` με την εξής σειρά των μετασχηματισμών:

1. Αλλαγή κλίμακας (ως προς το κέντρο μάζας της εικόνας) κατά 0.9 και 0.7 στους άξονες X και Y αντίστοιχα.
2. Μετακίνηση της εικόνας κατά 10 γραμμές κάτω και 18 στήλες δεξιά.
3. Περιστροφή της `I1` κατά $\pi/5$ γύρω από το κέντρο μάζας της.

Κατασκευή του πίνακα του μετασχηματισμού :

Κατασκευάστε τον πίνακα περιστροφής.

$$R = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

Κατασκευάστε τον πίνακα αλλαγής κλίμακας.

$$S = \begin{bmatrix} s_x & 0 & 0 \\ 0 & s_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

Κατασκευάστε τους πίνακες T_1 και T_2 μετατόπισης του κέντρου μάζας της εικόνας στο (0,0) και αντίστροφα του (0,0) στο αρχικό κέντρο μάζας της εικόνας, λαμβάνοντας υπόψη ότι ο πίνακας μετατόπισης κατά dx , dy είναι ο ακόλουθος:

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & dx \\ 0 & 1 & dy \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

Κατασκευάστε τον συνολικό πίνακα του μετασχηματισμού: $P = T_2 R S T_1$ (4)

Η μορφή του τελικού πίνακα θα είναι η ακόλουθη:

$$P = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Επιβεβαιώστε ότι η τελευταία γραμμή του πίνακα είναι 0,0,1. Ετσι ένα σημείο της αρχικής εικόνας I_1 , με συντεταγμένες (x_1, y_1) μετασχηματίζεται στο σημείο (x_2, y_2) ως εξής:

$\begin{bmatrix} x_2 \\ y_2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{00} & a_{01} & a_{02} \\ a_{10} & a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ y_1 \\ 1 \end{bmatrix}$	(6)
---	-----

Κατασκευή της μετασχηματισμένης εικόνας με συναρτήσεις του Matlab

1. Χρησιμοποιείτε την συνάρτηση του Matlab `makeTform` για να φτιάξετε την δομή του μετασχηματισμού. Χρησιμοποιείτε σαν όρισμα την παράμετρο `'affine'`. Εφιστάται η προσοχή ότι ο πίνακας του μετασχηματισμού που χρειάζεται η συνάρτηση αυτή είναι ο ανάστροφος του P .
2. Χρησιμοποιείτε την συνάρτηση του Matlab `imtransform` για να μετασχηματίσετε την εικόνα I_1 και ονομάστε την μετασχηματισμένη I_2 –βλ. Σχ.1(β). Η προτεινόμενη συνάρτηση εφαρμόζει την εξίσωση (6). Είναι προφανές ότι τα (x_2, y_2) μπορούν να έχουν τιμές αρνητικές, μεγαλύτερες από τον αριθμό στηλών και γραμμών της I_1 και συνήθως είναι πραγματικοί αριθμοί (και όχι θετικοί ακέραιοι). Για το λόγο αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε τις παραμέτρους `'XData'`, `'YData'`

Κατασκευή της μετασχηματισμένης εικόνας (προαιρετικό):

- Βήμα 1ο: Προσδιορίζουμε τη προβολή (απεικόνιση) του κέντρου του κάθε pixel (x, y) της νέας εικόνας I_2 στην αρχική εικόνα I_1 : $(x_1, y_1, 1)^T = A^{-1} * (x, y, 1)^T$.

Υπολογίζουμε την τιμή του (x,y) της νέας εικόνας I_2 με 2 τρόπους:

- *Παρεμβολή κοντινότερου γείτονα*: Βρίσκουμε το pixel της αρχικής εικόνας του οποίου το κέντρο βρίσκεται πιο κοντά στο σημείο της προβολής με στρογγυλοποίηση: $I_2(x,y) = I_1(\text{round}(x_1), \text{round}(y_1))$
- *Διγραμμική Παρεμβολή*: Θέτουμε την τιμή του (x_1, y_1) ζητούμενου pixel της τελικής εικόνας I_2 , ίση με την τιμή της αρχικής εικόνας I_1 στη θέση (x,y) . Επειδή τα (x_1, y_1) είναι εν γένει πραγματικοί αριθμοί, εφαρμόζουμε διγραμμική παρεμβολή:

$$I_2(y, x) = I(y_1, x_1) = (1-a)(1-b)I(\lfloor y_1 \rfloor, \lfloor x_1 \rfloor) + a(1-b)I(\lfloor y_1 \rfloor, \lfloor x_1 \rfloor + 1) +$$

$$(1-a)bI_1(\lfloor y_1 \rfloor + 1, \lfloor x_1 \rfloor) + abI_1(\lfloor y_1 \rfloor + 1, \lfloor x_1 \rfloor + 1)$$

$$\text{όπου } x_1 = \lfloor x_1 \rfloor + a, y_1 = \lfloor y_1 \rfloor + b, \lfloor x_1 \rfloor = \text{floor}(x_1) .$$