

Απεικόνιση Πυρηνικού μαγνητικού
Συντονισμού
Magnetic Resonance Imaging (MRI)

Βασικές έννοιες του Πυρηνικού μαγνητικού Συντονισμού

- μ : διάνυσμα μαγνητικής ροπής: Κάθε φορτισμένο σωματίο που εκτελεί περιφορά ή περιστροφή παρουσιάζει διάνυσμα μαγνητικής ροπής
- Αν το σωματίδιο έχει στροφορμή \mathbf{J} , τότε $\mu = \gamma \mathbf{J}$, όπου γ ο γυρομαγνητικός λόγος, σταθερά για κάθε σωματίδιο, με μονάδα MHz/T.
- Απλή περίπτωση: περιστρεφόμενο e : $\mu = A \cdot I / c$ (A : εμβαδό τροχιάς, I : ένταση ρεύματος, c : ταχ. Φωτός)
- Το μ μετριέται σε μαγνητόνες (erg/gauss). Λόγω της διαφοράς μάζας η μαγνητόνη του p είναι 1836 φορές μικρότερη από τη μαγνητόνη του e .

$$\frac{e\hbar}{2mc} = 9.274\,009\,49 \times 10^{-24} \text{ Joule} \cdot \text{Tesla}^{-1}$$

Εξισώσεις Bloch υπό την επίδραση του B_0

- Στατικό μαγνητικό πεδίο επαγωγής \mathbf{B}_0 εξασκεί στη μαγνητική ροπή $\boldsymbol{\mu}$ ενός πυρήνα με μη μηδενικό spin ροπή στρέψης \mathbf{C} που προκαλεί τη μεταβολή της στροφορμής του με ρυθμό ίσο με την εξασκούμενη ροπή στρέψης.

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{C} = \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_0 = \frac{d\mathbf{J}}{dt} \\ \mathbf{J} = \frac{\boldsymbol{\mu}}{\gamma} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_0$$

- Αναλύοντας την εξίσωση της κίνησης της μαγνητικής ροπής ενός πυρήνα σε καγνητικό πεδίο $(0,0,B_0)$ παίρνουμε:

$$\frac{d\boldsymbol{\mu}}{dt} = \gamma \boldsymbol{\mu} \times \mathbf{B}_0 \Rightarrow \begin{cases} \frac{d\mu_x}{dt} = \gamma B_0 \mu_y \\ \frac{d\mu_y}{dt} = -\gamma B_0 \mu_x \\ 0 \end{cases}$$

- Η λύση των παραπάνω εξισώσεων είναι η ακόλουθη:

$$\mu_x(t) = \mu_x(0)\cos(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\mu_y(t) = \mu_y(0)\sin(\omega_0 t + \varphi)$$

$$\mu_z(t) = \mu_z(0)$$

Η μαγνητική διπολική ροπή εκτελεί μεταπτωτική κίνηση (*precession*) με γωνιακή ταχύτητα (Larmor) ω_0 :

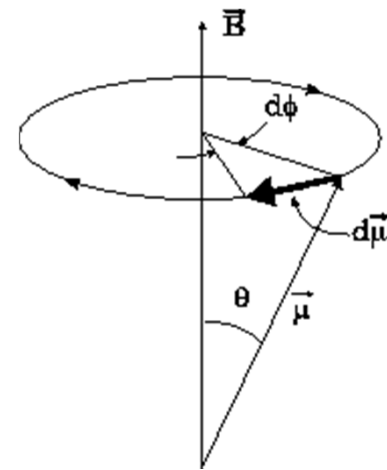
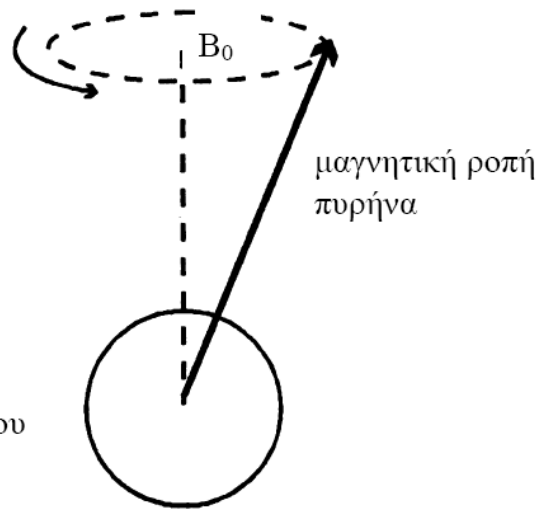
$$\omega_{Larmor} = \gamma B_0 \Rightarrow f_{Larmor} = \frac{\gamma B_0}{2\pi}$$

γ = γυρομαγνητικός λόγος που συνδέει την περιστροφή Larmor με το εξωτερικά εφαρμοζόμενο μαγνητικό πεδίο. Πυρήνες διαφορετικών στοιχείων έχουν διαφορετικό γ .

Για υδρογόνο $\gamma/2\pi = 42.57$ MHz/Tesla.

μεταπτωτική
περιστροφική
κίνηση
(precession)

πυρήνας
υδρογόνου



- Η προηγούμενη εξίσωση είναι ταυτόσημη με την εξίσωση της κλασσικής μηχανικής που περιγράφει την μετάπτωση μίας περιστρεφόμενης σβούρας εντός του πεδίου βαρύτητας:

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mathbf{r} \times m\mathbf{g}$$

- όπου \mathbf{L} η γωνιακή στροφορμή της σβούρας (ανάλογο της μ), \mathbf{r} το διάνυσμα θέσης, m η μάζα της σβούρας και \mathbf{g} η επιτάχυνση της βαρύτητας (ανάλογο του \mathbf{B}_0).

Κβαντομηχανική προσέγγιση του φαινομένου

- Η στροφορμή I ενός σωματιδίου αποτελεί φυσική ποσότητα που ορίζεται μέσω ενός τελεστή

$$I = \sqrt{i(i+1)}\hbar$$

- Το μέτρο της στροφορμής καθορίζεται από την τιμή του αντίστοιχου κβαντικού αριθμού $i \rightarrow$ το μέτρο της στροφορμής είναι κβαντισμένο
- Η προβολή της στροφορμής στον Z άξονα είναι επίσης κβαντισμένη

$$I_z = m\hbar, m = -i \dots i$$

Όπου m ακέραιος που ονομάζεται αζιμουθιακός κβαντικός αριθμός

- Ο κλασικός ορισμός της δυναμικής ενέργειας E ενός μαγνητικού διπόλου μαγνητικής ροπής $\vec{\mu}$, μέσα σε ένα σταθερό ομογενές μαγνητικό πεδίο \mathbf{B}_0 δίνεται από τη σχέση:

$$E = -\vec{\mu} \cdot \vec{B}_0 = -\gamma\hbar m B_0$$

- Αφού η I_z είναι κβαντισμένη, ομοίως κβαντισμένη θα είναι και η E . Για σωματίδιο με $I=1/2$, όπου up και down δηλώνει σωματίδιο με I_z παράλληλο και αντιπαράλληλο με το \mathbf{B}_0 .

$$\begin{cases} m = \frac{1}{2} \Rightarrow I_z = \frac{\hbar}{2} \Rightarrow E_{up} = -\frac{\gamma\hbar B_0}{2} \\ m = -\frac{1}{2} \Rightarrow I_z = -\frac{\hbar}{2} \Rightarrow E_{down} = \frac{\gamma\hbar B_0}{2} \end{cases}$$

- Η διαφορά των δύο ενεργειακών σταθμών είναι ΔE

$$\Delta E = E_{down} - E_{up} = \gamma\hbar B_0$$

- Άρα αν ένα σωματίδιο με I_z παράλληλο στο B_0 προσλάβει γ με E_γ , τότε μπορεί να αλλάξει ο προσανατολισμός του I_z . \rightarrow Το σωματίδιο συντονίζεται με τη συχνότητα Larmor.

$$E_\gamma = \Delta E = \gamma\hbar B_0 = h\nu = \hbar\omega$$

- Όπως είδαμε η συχνότητα Larmor για το H είναι στην κλίμακα Mhz → απαιτούνται ραδιοκύματα και όχι ιονίζουσα ακτινοβολία.
- Κατανομή των καταστάσεων του spin:
 - Όταν ένας πληθυσμός από n στοιχειώδη δίπολα βρεθεί εντός εξωτερικού μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 , ένας αριθμός n_{up} θα έχει I_z παράλληλη με το \mathbf{B}_0 και ένας αριθμός σωματιδίων n_{down} θα έχει I_z αντιπαράλληλη με το \mathbf{B}_0 .

- Ισχύει, σύμφωνα με την κατανομή Boltzmann:

$$\frac{n_{up}}{n_{down}} = e^{-\frac{\Delta E}{kT}} = e^{-\frac{\gamma \hbar B_0}{kT}}$$

- Δεδομένου ότι $n = n_{up} + n_{down}$ ($\tanh a = a$ για $a \rightarrow 0$)

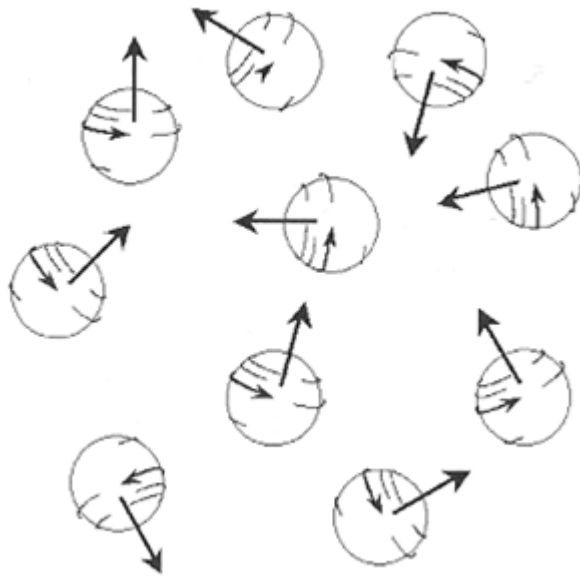
$$n_{up} - n_{down} = n \frac{1 - e^{-\frac{\gamma \hbar B_0}{kT}}}{1 + e^{-\frac{\gamma \hbar B_0}{kT}}} \Rightarrow \frac{n_{up} - n_{down}}{n} = \tanh\left(\frac{\gamma \hbar B_0}{2kT}\right) \cong \frac{\gamma \hbar B_0}{2kT}$$

- Για $\mathbf{B}_0=3\text{T}$ το πλεόνασμα των πρωτονίων που είναι προσανατολισμένα παράλληλα με το \mathbf{B}_0 είναι 10 ανά 1.000.000.
- Συνολική μαγνήτιση \mathbf{M} δείγματος ορίζεται ως το διανυσματικό άθροισμα των επί μέρους μαγνητικών ροπών $\boldsymbol{\mu}$. Εντός σταθερού μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 , οι εγκάρσιες συνιστώσες μ_{xy} της μαγνήτισης των πυρήνων αλληλοεξουδετερώνονται και η συνολική μαγνήτιση του δείγματος οφείλεται στη διαφορά του αριθμού των πυρήνων με μαγνητική ροπή παράλληλη και αντιπαράλληλη με το \mathbf{B}_0 .

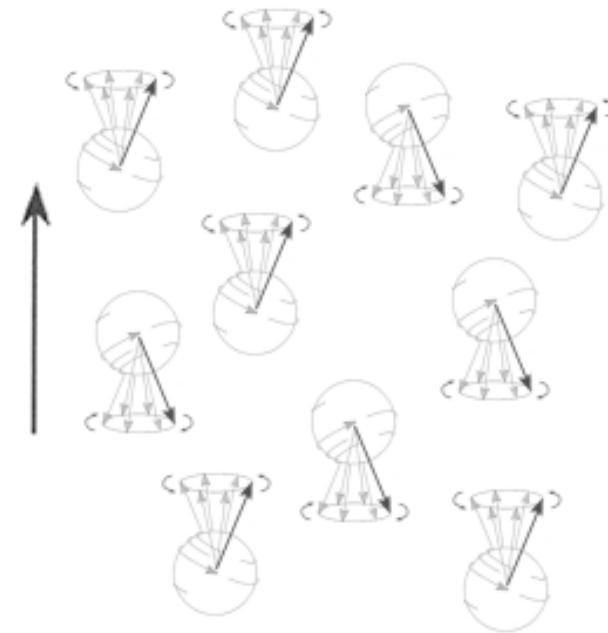
$$\mathbf{M} = (n_{up} - n_{down}) \gamma \hbar m \vec{k} \cong \frac{n \gamma \hbar}{4kT} \mathbf{B}_0, \vec{k} = \frac{\mathbf{B}_0}{\|\mathbf{B}_0\|}$$

- \rightarrow Οι παράγοντες που επηρεάζουν τη συνολική μαγνήτιση είναι ο αριθμός των πυρήνων με $\text{spin} \neq 0$, η θερμοκρασία του δείγματος και η ένταση του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου.

Συνοψίζοντας τα προηγούμενα



Πυρήνες πριν την εφαρμογή
εξωτερικού μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 .
Μηδενική συνολική μαγνήτιση M
παράλληλα με το \mathbf{B}_0



Πυρήνες μετά την εφαρμογή του
εξωτερικού μαγνητικού πεδίου \mathbf{B}_0 .
Μη μηδενική συνολική μαγνήτιση
 M παράλληλα με το \mathbf{B}_0 .

- Αν ο μαζικός αριθμός A είναι περιττός \rightarrow spin ημιακέραιο

Μαζικός αριθμός A	Ατομικός αριθμός Z	spin
Περιττός		Ημιακέραιο
Άρτιος	Περιττός	Ακέραιο
Άρτιος	Άρτιος	0

Παραδείγματα μαγνητικών ιδιοτήτων πυρήνων

Πυρήνας	Spin	Mhz/T	%
^1H	$\frac{1}{2}$	42,57	99,98
H_2	1	6,54	0,015
^{13}C	$\frac{1}{2}$	10,71	1,108
^{12}C	0	-	98
^{14}N	1	3,08	99,63
^{15}N	$\frac{1}{2}$	-4,31	0,37
^{16}O	0	0	99,96
^{17}O	$\frac{5}{2}$	-5,77	0,037

Εκτροπή της μαγνήτισης \mathbf{M} από το \mathbf{B}_0

- Αν εφαρμοστεί δεύτερο σταθερό πεδίο \mathbf{B}_1 κάθετο στο \mathbf{B}_0 , τότε η \mathbf{M} εκτρέπεται ώστε να περιστρέφεται γύρω από το $\mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1$.
- Στην πράξη επειδή το $|\mathbf{B}_1| \sim |\mathbf{B}_0|$ (\sim Tesla) η παραπάνω μέθοδος δεν είναι εφικτή.
- Εφαρμόζεται B_1 στο επίπεδο XY : εναλλασσόμενο με συχνότητα $\omega_0 = \gamma B_0$.
- Η έννοια του περιστρεφόμενου συστήματος αναφοράς
 - Εστω ένα αδρανειακό σύστημα XYZ (L) και ένα σύστημα xyz (R) που περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα Ω (θεωρείται διάνυσμα για να καθορίσει τον άξονα περιστροφής).
 - Στη γενική περίπτωση ο τελεστής της παραγωγίσισης ενός μεγέθους A στο (L) και στο (R) συνδέονται ως εξής:

Εφαρμογή του B_1 στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς (L)

- Θεωρούμε το B_1 περιστρεφόμενο στο επίπεδο XY (L), στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς.
 - $B_1 = |B_1|(\cos(\omega t), -\sin(\omega t), 0)$
- Αντικαθιστώντας το B_1 στην εξίσωση μεταβολής της μαγνήτισης, παίρνουμε:

$$\frac{dM_x}{dt} = \gamma(M_y B_0 + M_z B_1 \sin \omega_0 t)$$

$$\frac{dM_y}{dt} = \gamma(M_z B_1 \cos \omega_0 t - M_x B_0)$$

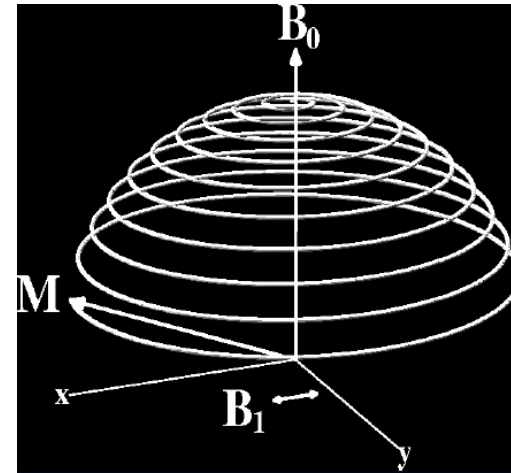
$$\frac{dM_z}{dt} = \gamma(-M_x B_1 \sin \omega_0 t - M_y B_1 \cos \omega_0 t)$$

$$M_x = M_0 \sin(\omega_1 t) \sin(\omega_0 t)$$

$$M_y = M_0 \sin(\omega_1 t) \cos(\omega_0 t)$$

$$M_z = M_0 \cos(\omega_1 t)$$

- Η τελευταία εξίσωση καθορίζει την κίνηση του διανύσματος της μαγνήτισης στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς σαν μία έλικά με μεταβλητή ακτίνα, ώστε να βρίσκεται στην επιφάνεια μίας σφαίρας



Η κίνηση της M στο σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου.

Η έννοια του περιστρεφόμενου συστήματος αναφοράς

- Στην κλασική μηχανική, η έννοια του περιστρεφόμενου συστήματος αναφοράς (R) χρησιμοποιείται πολύ συχνά για την μελέτη φαινομένων, διότι απλοποιεί τις μαθηματικές εκφράσεις που προκύπτουν στο αδρανειακό σύστημα αναφοράς του εργαστηρίου (LAB).
- Εστω καρτεσιανό σύστημα αναφοράς με μοναδιαία διανύσματα $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ που περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα Ω (rad/sec).
- Στη γενική περίπτωση ο τελεστής της παραγωγίσης ενός μεγέθους \mathbf{A} στο (L) και στο (R) συνδέονται ως εξής:

$$\left. \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right|_L = \left. \frac{d\mathbf{A}}{dt} \right|_R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{A}$$

- Αν στον προηγούμενο τύπο επιλέξουμε $\omega = \omega_0$, όπου \mathbf{A} τη μαγνήτιση \mathbf{M}), και εφαρμόσουμε την εξίσωση του Bloch υπό την επίδραση μόνο του \mathbf{B}_0 , τότε

$$\left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_L = \left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_R + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{M} \Rightarrow \left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_R = \left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_L - \boldsymbol{\omega}_0 \times \mathbf{M} = 0$$

- δηλ το \mathbf{M} εμφανίζεται σταθερό (και όχι να μεταπλώνεται γύρω από το B_0).

Εξισώσεις Bloch με εφαρμογή του B_1 στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς (R)

- Θεωρούμε το περιστρεφόμενο (κυκλικά πολωμένο) μαγνητικό πεδίο $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$ στο επίπεδο XY του αδρανειακού συτήματος αναφοράς (L), το οποίο για $t=0$ ταυτίζεται με τον άξονα X .
- Υπολογίζουμε το $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$ στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς (R):

$$(\mathbf{B}_1(t))_L = (B_1(t)\cos\omega_{RF}t, -B_1(t)\sin\omega_{RF}t, 0)$$

$$(\mathbf{B}_1(t))_R = \begin{pmatrix} \cos\Omega t & -\sin\Omega t & 0 \\ \sin\Omega t & \cos\Omega t & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} B_1(t)\cos\omega_{RF}t \\ -B_1(t)\sin\omega_{RF}t \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_1(t)\cos\Omega t\cos\omega_{RF}t - B_1(t)\sin\Omega t\sin\omega_{RF}t \\ B_1(t)\sin\Omega t\cos\omega_{RF}t - B_1(t)\cos\Omega t\sin\omega_{RF}t \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} B_1(t)\cos(\Omega - \omega_{RF})t \\ B_1(t)\sin(\Omega - \omega_{RF})t \\ 0 \end{pmatrix}$$

Είναι προφανές ότι αν $\Omega = \omega_{RF}$, τότε

$$(\mathbf{B}_1(t))_R = (\mathbf{B}_1(0))_L = (B_1(0), 0, 0)$$

Άρα το $\mathbf{B}_1(\mathbf{t})$ στο σύστημα αναφοράς R εμφανίζεται σταθερό, όταν $\omega_{RF} = \Omega$.

- Στην γενική περίπτωση η εξίσωση μεταβολής της μαγνήτισης \mathbf{M} στο σύστημα R γράφεται:

$\boldsymbol{\Omega} = -\Omega \vec{k}$: Γωνιακή Συχνότητα περιστροφής του Συστήματος αναφοράς R

$\omega_0 = \gamma B_0$: Γωνιακή ταχύτητα Larmor

ω_{RF} : Γωνιακή Συχνότητα $B_1(t)$

$$(LAB) : \mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \mathbf{B}_1 = \vec{i}B_1(t)\cos\omega_{RF}t - \vec{j}B_1(t)\sin\omega_{RF}t + \vec{k}B_0$$

$$\left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_{LAB} = \gamma \mathbf{M} \times \mathbf{B}$$

$$\left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_R = \left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_{LAB} - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{M} = \gamma \mathbf{M} \times (\vec{i}B_1(t)\cos\omega_{RF}t - \vec{j}B_1(t)\sin\omega_{RF}t + \vec{k}B_0) - \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{M} =$$

$$= \gamma \mathbf{M} \times \left(\vec{i}B_1(t)\cos\omega_{RF}t - \vec{j}B_1(t)\sin\omega_{RF}t + \vec{k}B_0 + \frac{\boldsymbol{\Omega}}{\gamma} \right)$$

Χρησιμοποιούμε την έκφραση του $(B_1(t))_R$.

$$= \gamma \mathbf{M} \times \underbrace{\left(\vec{i}B_1(t)\cos(\omega_{RF} - \omega_0)t - \vec{j}B_1(t)\sin(\omega_{RF} - \omega_0)t + \vec{k} \left(B_0 - \frac{\Omega}{\gamma} \right) \right)}_{\mathbf{B}_{eff}}$$

- Από την τελευταία εξίσωση προκύπτει ένα σύστημα 3x3 διαφορικών εξισώσεων με αγνώστους $M'_x(t)$, $M'_y(t)$, $M'_z(t)$ (στο περιστρεφόμενο σύστημα αναφοράς).
- Οι λύσεις της προηγούμενης εξίσωσης δίνονται παρακάτω και περιγράφουν περιστροφή της μαγνήτισης \mathbf{M} γύρω από το \mathbf{B}_{eff} .
- 1^η περίπτωση:

$$\text{Αν } \Omega = \omega_0 = \omega_{RF} \text{ τότε } \left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_R = \gamma \mathbf{M} \times \vec{i}B_1(t) \Rightarrow \begin{cases} M'_x = M_x \\ M'_y = M_y \cos(\gamma B_1 t) - M_z \sin(\gamma B_1 t) \\ M'_z = M_y \sin(\gamma B_1 t) - M_z \cos(\gamma B_1 t) \end{cases}$$

Άρα το \mathbf{M} στο σύστημα αναφοράς R εκτελεί μετάπτωση γύρω από το \mathbf{B}_1 με $\omega_{RF} = \gamma B_1$

- 2^η περίπτωση:

$$\text{Αν } \Omega = \omega_{RF} \neq \omega_0 \text{ τότε } \left. \frac{d\mathbf{M}}{dt} \right|_R = \gamma \mathbf{M} \times \left(\vec{i}B_1(t) + \vec{k} \left(B_0 - \frac{\omega_{RF}}{\gamma} \right) \right) = \gamma \mathbf{M} \times \left(\underbrace{\vec{i}B_1(t) + \vec{k} \frac{1}{\gamma} (\omega_0 - \omega_{RF})}_{\mathbf{B}_{\text{eff}}} \right)$$

Το \mathbf{M} εκτελεί μετάπτωση γύρω από το \mathbf{B}_{eff} .

- Η γωνία εκτροπής α της μαγνήτισης υπολογίζεται $\alpha = \omega_1 \tau = \gamma B_1 \tau$. Αν το B_1 δεν είναι σταθερό (όπως και συμβαίνει στην πράξη), τότε

$$\alpha = \gamma \int_0^{\tau} B_1(t) dt$$

- Άρα: με κατάλληλη επιλογή του B_1 και του χρόνου τ για τον οποίο ενεργεί το B_1 , μπορούμε να εκτρέψουμε το M για γωνίες κατά το δοκούν. Συνηθισμένες τιμές γωνίας εκτροπής είναι 90° και 180° .
- Εναλλασσόμενο πεδίο που εκτρέπει το M κατά 90 και 180 μοίρες ονομάζεται **παλμοσειρά** (palm sequence) **90** και **180** αντίστοιχα.

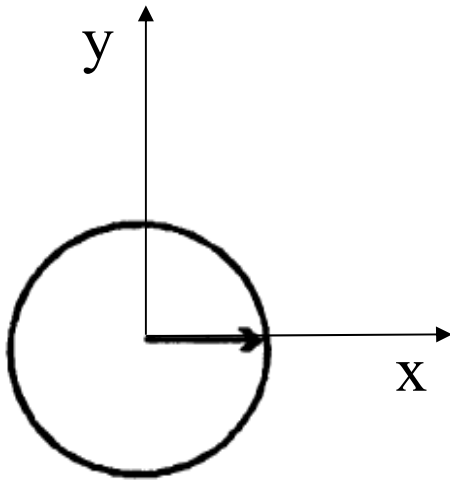
Παράδειγμα

- Εστω MRI που παράγει B_1 τετραγωνικό παλμό με πλάτος ίσο με 30mT. Ποια η διάρκεια του παλμού ώστε η M να σχηματίσει γωνία 90 με το B_0 ?

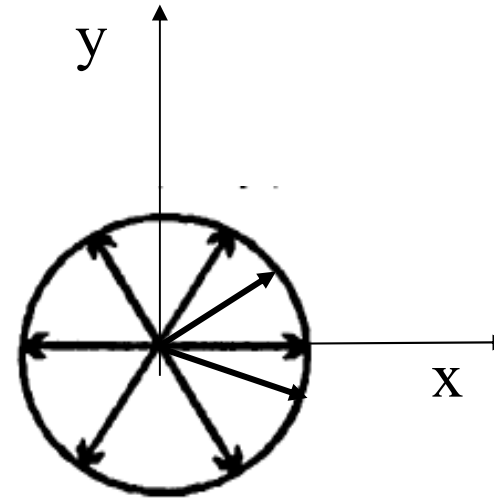
$$a = \gamma \int_0^T B_1(t) dt = \gamma B_1 T \Rightarrow$$

$$T = \frac{\pi/2}{\gamma B_1} = \frac{\pi/2}{2\pi \times 42,57 \text{ MHz T}^{-1} \times 30 \text{ mT}} = 1.96 \times 10^{-4} \text{ sec}$$

- Ταυτόχρονα, ο πυρηνικός συντονισμός φέρνει την περιστροφική μετάπτωση των μαγνητικών ροπών των πυρήνων σε φάση:



Προβολή μαγνήτισης πυρήνων στο xy μετά τον συντονισμό

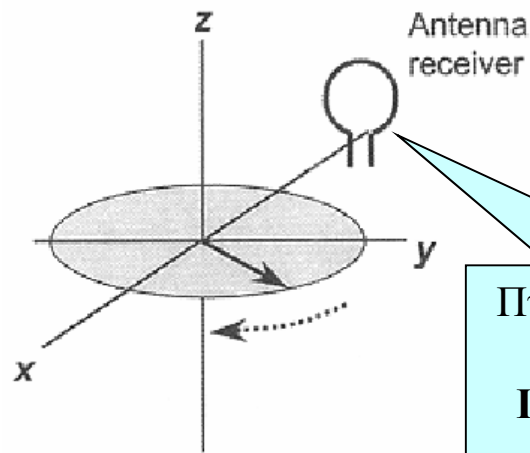
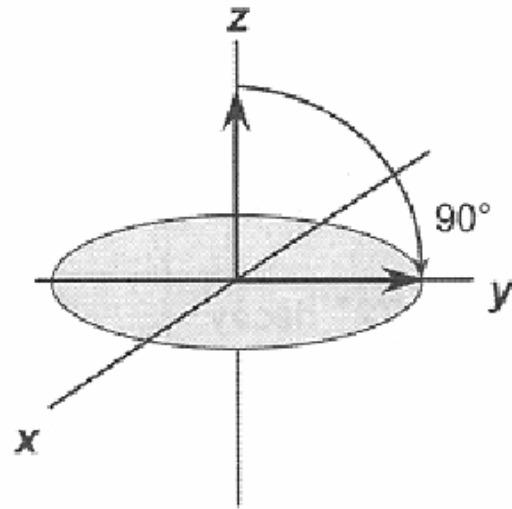


Προβολή μαγνήτισης πυρήνων στο xy πριν τον συντονισμό

Συμπεράσματα έως τώρα

- Αν εφαρμόσουμε \mathbf{B}_1 παράλληλα στο X , τότε:
 - Η συνιστώσα της \mathbf{M} στον άξονα Z θα αρχίσει να μειώνεται, αφού η \mathbf{M} αποκλίνει από τον Z .
 - Η \mathbf{M}_{xy} έρχεται σε φάση \rightarrow ένα πηνίο στο επίπεδο XY θα παράγει επαγωγική τάση με συχνότητα ίση με τη συχνότητα του \mathbf{B}_1 .
 - Η μέτρηση αυτής της τάσης (Free Induction Decay –**FID**) αποτελεί το σήμα MRI.

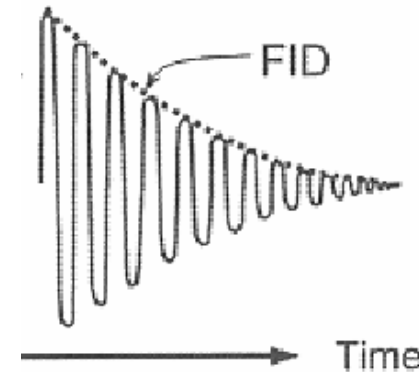
Εφαρμογή παλμού 90, καταγραφή σήματος MRI: FID



Πηγίο καταγραφής τάσης
εξ' επαγωγής **Free
Induction Decay - FID**

Κ. Δελημπασης

περικλείουσα του FID: $\exp\left(\frac{-t}{T_2}\right)$



Μετά την παύση εφαρμογής του B1: φαινόμενα διαμήκους και εγκάρσιας χαλάρωσης

- Το B1 εφαρμόζεται για πολύ μικρό χρονικό διάστημα $\sim \mu\text{sec}$
- Αφού παύσει η εφαρμογή του:
 - Η M_z επανέρχεται στο μέγεθος της ισορροπίας της (δηλ. στην τιμή που έχει λόγω του B_0). Το φαινόμενο ονομάζεται διαμήκης χαλάρωση (longitudinal relaxation) και έχει χαρακτηριστικό χρόνο T_1 .
 - Η M_{xy} αποσυντονίζεται: οι περιστρεφόμενες xy συνιστώσες των μαγνητικών ροπών μ των πυρήνων παύουν να είναι σε φάση (dephasing) και η μέτρηση στο πηνίο επαγωγής εξαφανίζεται. Το φαινόμενο ονομάζεται εγκάρσια χαλάρωση (transverse relaxation) και έχει χαρακτηριστικό χρόνο T_2 .

Εξισώσεις Bloch και φαινόμενα χαλάρωσης

- Όταν η μαγνήτιση δεν είναι σε θερμική ισοροπία (δηλ. έχει διαταραχθεί από το B1), μόλις το B1 απενεργοποιηθεί τείνει να επιστρέψει στην τιμή ισοροπίας με μεταβολή ανάλογη της διαφοράς της τρέχουσας τιμής από την τιμή ισοροπίας. Λαμβάνοντας υπόψη τα φαινόμενα χαλάρωσης, η εξίσωση του Bloch και οι λύσεις της γράφονται:

$$\frac{d\vec{M}}{dt} = \gamma \vec{M} \times \vec{B} - \frac{M_x \vec{i} + M_y \vec{j}}{T_2} - \frac{M_z - M_0}{T_1} \vec{k}$$

$$\frac{dM_z}{dt} = \frac{M_0 - M_z}{T_1} + \gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{B})_z = \frac{M_0 - M_z}{T_1}$$

$$\frac{dM_x}{dt} = -\frac{M_x}{T_2} + \gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{B})_x = \gamma B M_y - \frac{M_x}{T_2}$$

$$\frac{dM_y}{dt} = -\frac{M_y}{T_2} + \gamma (\mathbf{M} \times \mathbf{B})_y = \gamma B M_x - \frac{M_y}{T_2}$$

$$M_x(t) = \exp\left(\frac{-t}{T_2}\right) (M_x(0) \cos(\omega_0 t) + M_y(0) \sin(\omega_0 t))$$

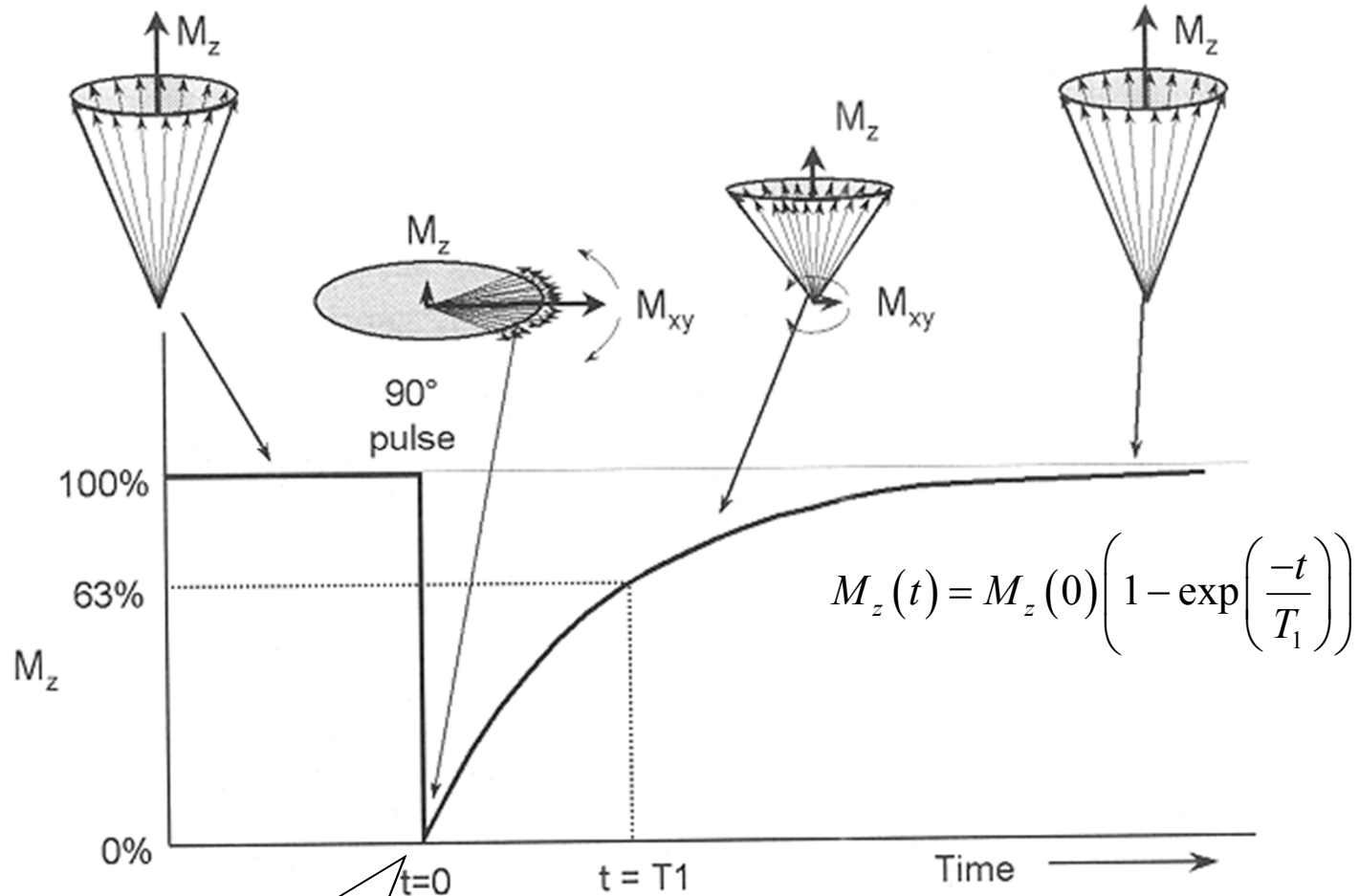
$$M_y(t) = \exp\left(\frac{-t}{T_2}\right) (M_y(0) \cos(\omega_0 t) - M_x(0) \sin(\omega_0 t))$$

$$M_z(t) = M_z(0) \left(1 - \exp\left(\frac{-t}{T_1}\right) \right)$$

Διαμήκης χρόνος χαλάρωσης T1

- Η διαμήκης χαλάρωση (longitudinal relaxation) οφείλεται στην ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ των περιστρεφόμενων διπόλων και του πλέγματος (spin – lattice relaxation)
- Αν έχει προηγηθεί παλμός $90^\circ \rightarrow$ τότε αμέσως μετά την εφαρμογή του, $M_z=0$
- Αν έχει προηγηθεί παλμός $180^\circ \rightarrow$ τότε αμέσως μετά την εφαρμογή του $M_z=-M_z0$
- Η διαμήκης χαλάρωση προκαλεί εμφάνιση της M_z στον θετικό Z άξονα με ρυθμό εκθετικό, ώσπου να φτάσει στο μέτρο που είχε πριν την εφαρμογή του παλμού.

Γραφική επεξήγηση της διαμήκουσ χαλάρωσης – ορισμός του T1



Παύση εφαρμογής του παλμού 90

- Ο T_1 είναι σημαντικά μεγαλύτερος από τον T_2
- Η μοριακή κίνηση, το μέγεθος των μορίων και η ενέργεια των χημικών δεσμών επηρεάζουν σημαντικά τους χρόνους T_1 and T_2
- Η επανεμφάνιση της Mz οφείλεται στην ανταλλαγή ενέργειας μεταξύ διπόλων και του μοριακού πλέγματος (lattice). Η διαφορά της ενέργειας $E_{\text{up}} - E_{\text{down}}$ είναι της τάξης $h\nu$ (ν : συχνότητα Larmor) \rightarrow για να γίνει η ανταλλαγή της ενέργειας, πρέπει η κίνηση των μορίων του πλέγματος να έχει περίπου ίση ενέργεια (συντονισμός).
- Οι διαφορές των χρόνων χαλάρωσης, καθώς και της πυκνότητας πρωτονίων δημιουργούν εικόνες με πολύ υψηλή αντίθεση.

Ιστός	T1 (0,5T) (msec)	T1 (1,5T) (msec)	T2 (msec)
Λίπος	210	260	80
Ήπαρ	350	500	40
Μυς	550	870	45
Λευκή ουσία	500	780	90
Φαία ουσία	650	900	100
Εγκεφαλονωτιαίο υγρό (CSF)	1800	2400	160

Μέτρηση T1

- Υπάρχουν πολλοί τρόποι για την μέτρηση του T1 ενός δείγματος
- **180-TI-90: Inversion recovery sequence:**
 - Εφαρμόζεται ένας παλμός 180 ($M_z \rightarrow -M_z$)
 - Μεσολαβεί χρόνος TI
 - Εφαρμόζεται παλμός 90 και μετράται η αρχική τιμή του FID, η οποία αντιστοιχεί στην τιμή της M_z . Έτσι τοποθετείται ένα πειραματικό σημείο (μέτρηση) στην καμπύλη $M_z(t)$
 - Αφήνουμε να μεσολαβήσει χρόνος ~ 10 sec (πλήρης επαναφορά του M_z) και επαναλαμβάνουμε για διαφορετικό TI
 - Κάνουμε παλινδρόμηση των μετρήσεων βάσει της εξίσωσης

$$M_{xy}(t=0) = M_z(t=TI) = M_0 \left(1 - 2e^{-\frac{TI}{T_1}} \right)$$

Χρόνος εγκάρσιας χαλάρωσης T2

- Αμέσως μετά την εφαρμογή ενός παλμού 90 τα spin έρχονται στο επίπεδο XY και περιστρέφονται σε φάση
- Καθώς ο χρόνος προχωρεί, η συμφωνία φάσης χάνεται με εκθετικό ρυθμό, λόγω αύξησης της εντροπίας. Ο χαρακτηριστικός χρόνος απώλειας φάσης λέγεται χρόνος εγκάρσιας χαλάρωσης T2.
- Εκτός από την αύξηση της εντροπίας, απώλεια φάσης οφείλεται σε:
 - Κίνηση των μορίων σε διαφορετικά μέρη όπου υπάρχει ανομοιογένεια του B0
 - Διαφορετικός βαθμός ηλεκτρονικής θωράκισης του πυρήνα από το νέφος ηλεκτρονίων κλπ

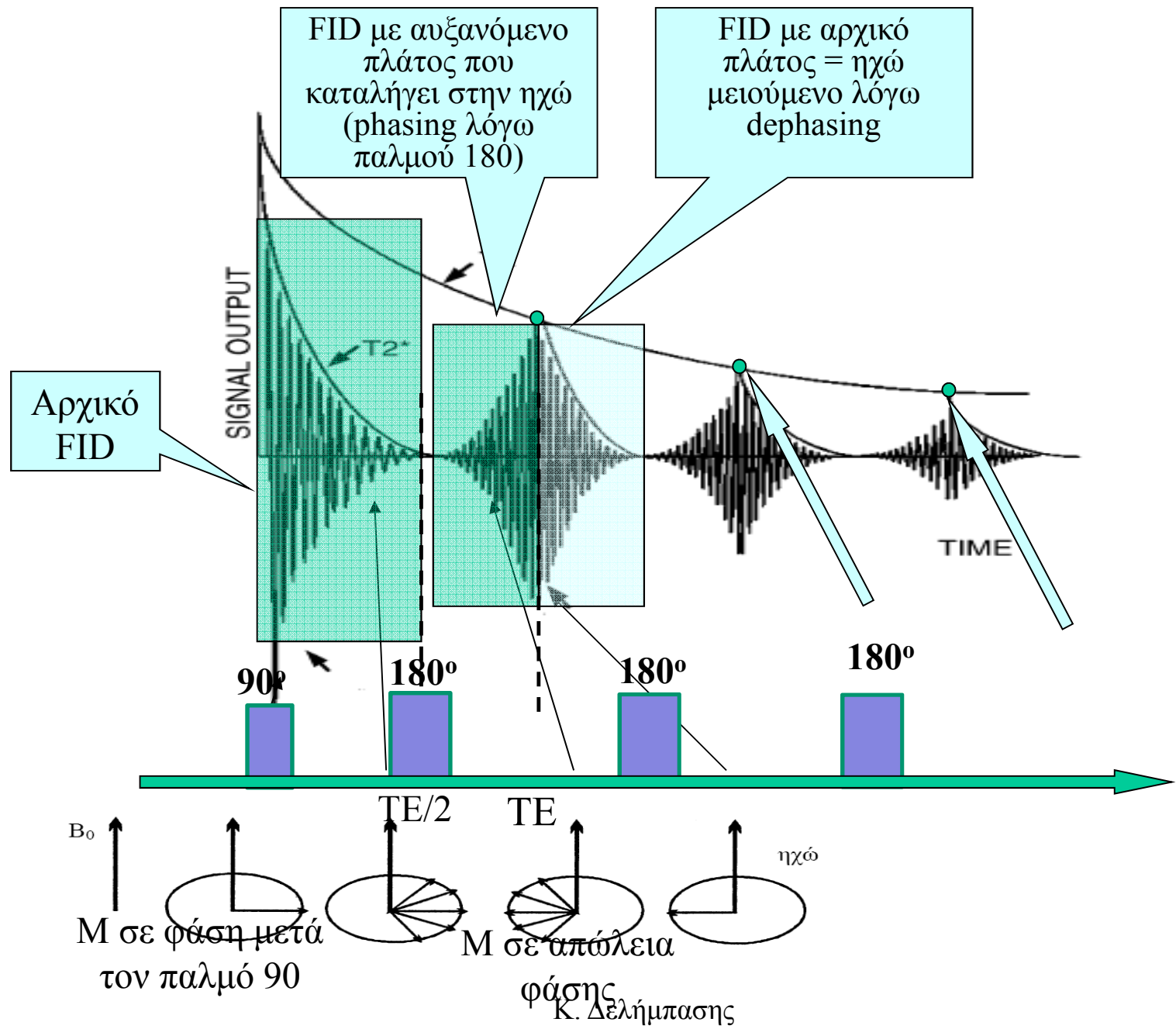
Τα φαινόμενα αυτά δημιουργούν απώλεια φάσης περιστροφής με χαρακτηριστικό χρόνο $T2^* < T2$.

Μέτρηση T2: Παλμοσειρά Spin Echo

- Χρησιμοποιείται ο παλμός **spin echo** (προτάθηκε από τον Han το 1954).
- $t=0$ εφαρμόζεται παλμός 90 στον άξονα X $\rightarrow M_z=0$, M_{xy} περιστρέφεται σε φάση.
- $t=TE/2 \rightarrow$ εφαρμόζεται παλμός 180 στο X. Κατά τη διάρκεια του $TE/2$ έχει αρχίσει η απώλεια φάσης (dephase) της M_{xy} .
- Ο παλμός 180 προκαλεί περιστροφή 180° των διανυσμάτων μαγνήτισης γύρω από τον άξονα Y \rightarrow

- Η XY συνιστώσα του M αλλάζει πρόσημο στον X άξονα
- Η φορά της περιστροφής παραμένει η ίδια
- μετά από ίσο χρόνο ($TE/2$) βρίσκονται ξανά σε φάση
- $t=TE \rightarrow$ παράγεται το σήμα FID που λέγεται ηχώ (ECHO) και έχει μέγεθος $<$ από το αρχικό σήμα, σύμφωνα με την εξίσωση

$$M_{xy}(TE) = M_{xy}(0)e^{-\frac{TE}{T_2}}$$

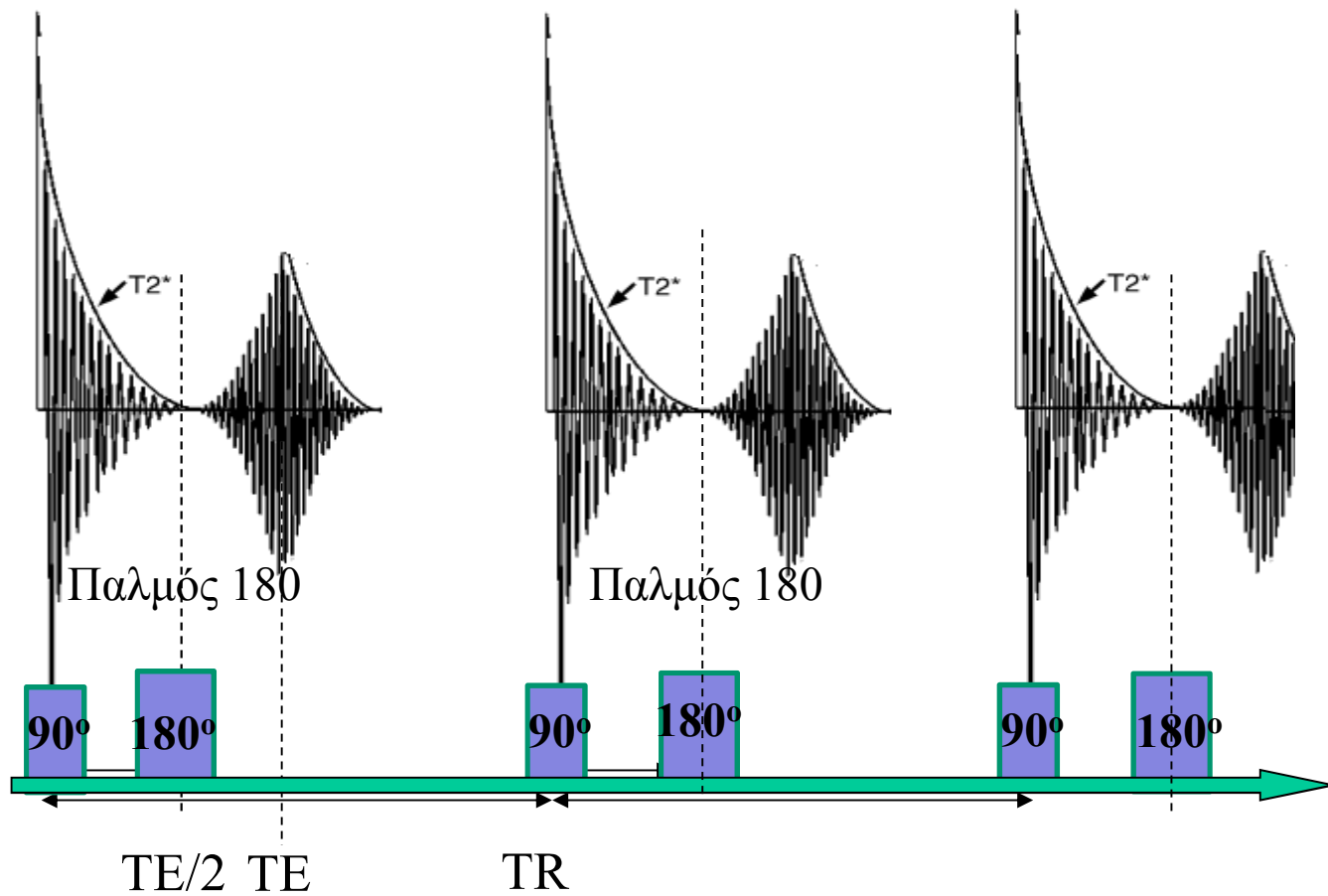


- Το T2 υπολογίζεται από την εξίσωση ως εξής:

$$M_{xy}(TE) = M_{xy}(0)e^{-\frac{TE}{T_2}}$$

- Μεταβάλλουμε το TE και επαναλαμβάνουμε το πείραμα ώστε να έχουμε πολλά πειραματικά σημεία πάνω στην καμπύλη της εξίσωσης.
 - Ο χρόνος που μεσολαβεί μεταξύ δύο διαδοχικών εφαρμογών του παλμού 90 λέγεται Χρόνος επανάληψης TR (Repetition Time).
- Εναλλακτικά μπορούμε να εφαρμόσουμε διαδοχικά τον παλμό 180, έως το FID σήμα λόγω echo να εξασθενίσει και σε κάθε σήμα λόγω echo κρατάμε τη μέγιστη τιμή. Με τον τρόπο αυτό μπορούμε να συλλέξουμε ένα αριθμό σημείων για τον υπολογισμό του T2. (βλ. παλμοσειρά CPMG παρακάτω).
- Χρησιμοποιούμε μοντέλο για παλινδρόμηση δεδομένων ώστε να υπολογίσουμε το T2.

- Γενικές παρατηρήσεις:
 - Η ονομασία Echo (ηχώ) προέρχεται από το γεγονός ότι ο παλμός 180 δημιουργεί επανεμφάνιση του FID σήματος.
 - Η περικλείουσα του κάθε FID σήματος ωφείλεται στον χρόνο $T2^*$ και όχι στον $T2$.
 - Αντίθετα η φθίνουσα εκθετική καμπύλη που ορίζεται από τα μέγιστα των FID σημάτων οφείλεται στον $T2$.



Επανάληψη της παλμοσειράς SE με χρόνο επανάληψης TR, για απεικόνιση

Κ. Δελήμασης

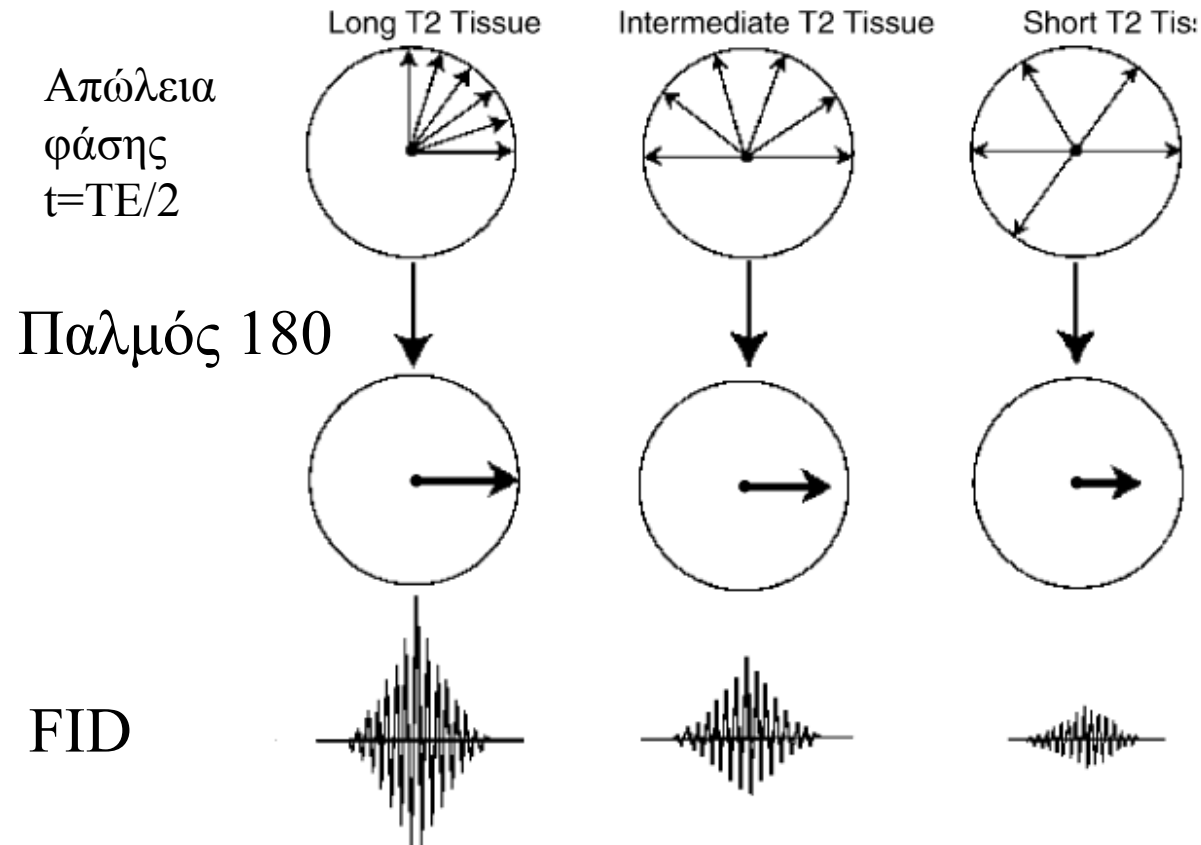
- TE: πολύ μικρό, TR: μεγάλο → proton density image
 - Η M_{xy} δεν προλαβαίνει να κάνει απώλεια φάσης, άρα το T2 δεν συμμετέχει στο σχηματισμό εικόνας
 - TR >> → κατά την επανάληψη της παλμοσειράς η M_z έχει ανακάμψει σχεδόν πλήρως, άρα το T1 δε συμμετέχει στο σχηματισμό εικόνας
 - Η διαφορά στο σήμα οφείλεται στο πλήθος των στοιχειωδών μαγνητικών διπόλων μ , άρα στην περιεκτικότητα σε πρωτόνια (proton density image)

$$S = K[H] \left(1 - e^{-\frac{TR}{T_1}} \right) \cdot e^{-\frac{TE}{T_2}}$$

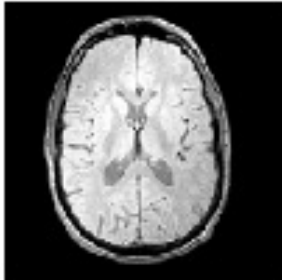
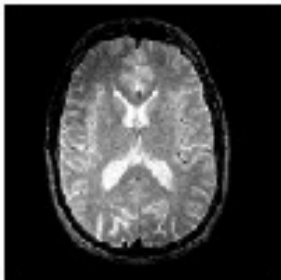
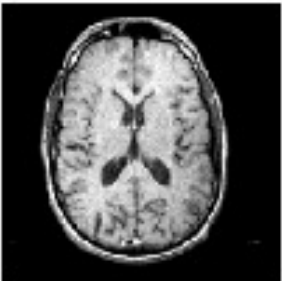
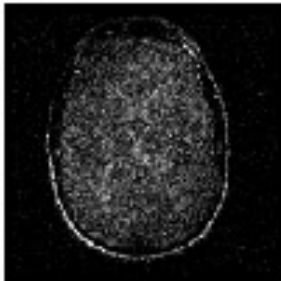
- TE: πολύ μικρό, TR: μικρό \rightarrow T1 weighted image
 - Η M_{xy} δεν προλαβαίνει να κάνει απώλεια φάσης, άρα το T2 δεν συμμετέχει στο σχηματισμό εικόνας
 - $TR < \rightarrow$ κατά την επανάληψη της παλμοσειράς η M_z έχει ανακάμψει σχεδόν πλήρως μόνο για τα δίπολα που έχουν μικρό T1
 - Το σήμα M_{xy} διαφοροποιείται κυρίως λόγω του T1 (T1 weighted image)

- TE: μεγάλο, TR: μεγάλο →
 - Το σήμα echo για ιστούς με μικρό T2 έχει μικρή ένταση. Άρα Το σήμα Mxy διαφοροποιείται κυρίως λόγω του T2 (T2 weighted image)
 - TR >> → κατά την επανάληψη της παλμοσειράς η Mz έχει ανακάμψει σχεδόν πλήρως για όλα τα δίπολα ανεξαρτήτως T1

Εξήγηση της T2 weighted εικόνας

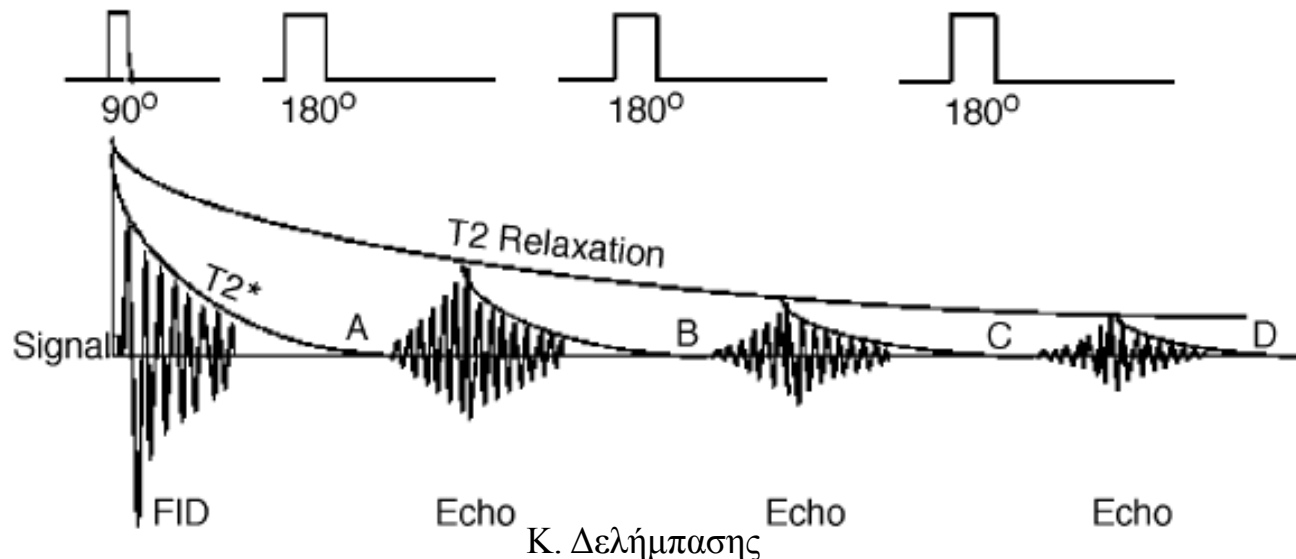


- kj

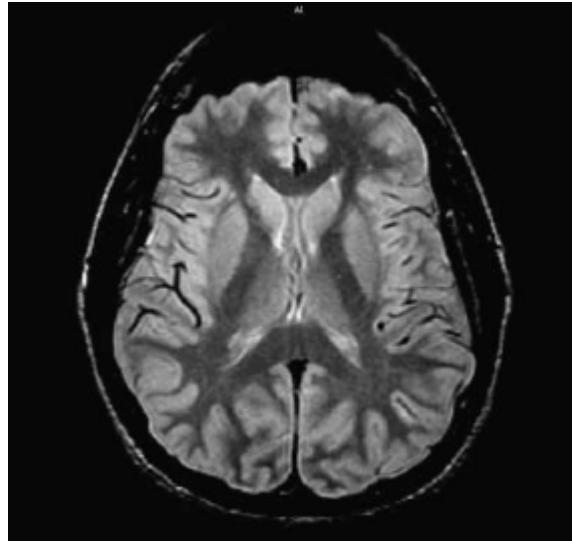
	TE	
	Short TE	Long TE
Long TR	Weighting ρ 	Weighting T2 
Short TR	Weighting T1 	Weighting ??? 

Παραλλαγή του SE: η παλμοσειρά Carr-Purcell-Meiboom-Gill (CPMG)

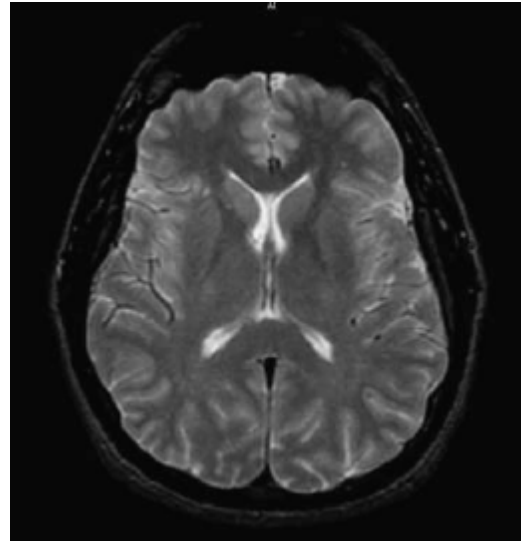
- Η CPMG αποτελείται από έναν παλμό 90 και έναν παλμό 180, όπως ακριβώς η SE παλμοσειρά. Στη συνέχεια ακολουθείται από παλμούς 180, οι οποίοι παράγουν σήμα echo. Τα echo υπακούουν στο T2 relaxation, καθώς οι διαδικασίες που προκαλούν το T2* περικλείουσα του FID δεν είναι χρονικά αναστρέψιμες.
- Η CPMG είναι μία πολύ διαδεδομένη παλμοσειρά στο MRI.



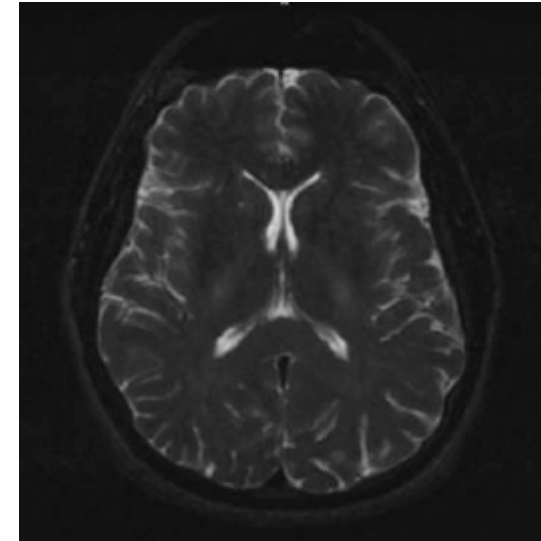
Παλμοσειρά Carr-Purcell-Meiboom-Gill: δεδομένα από ανθρώπινο εγκέφαλο



(a)
CPMG, TE=31msec



(b)
CPMG, TE=81msec



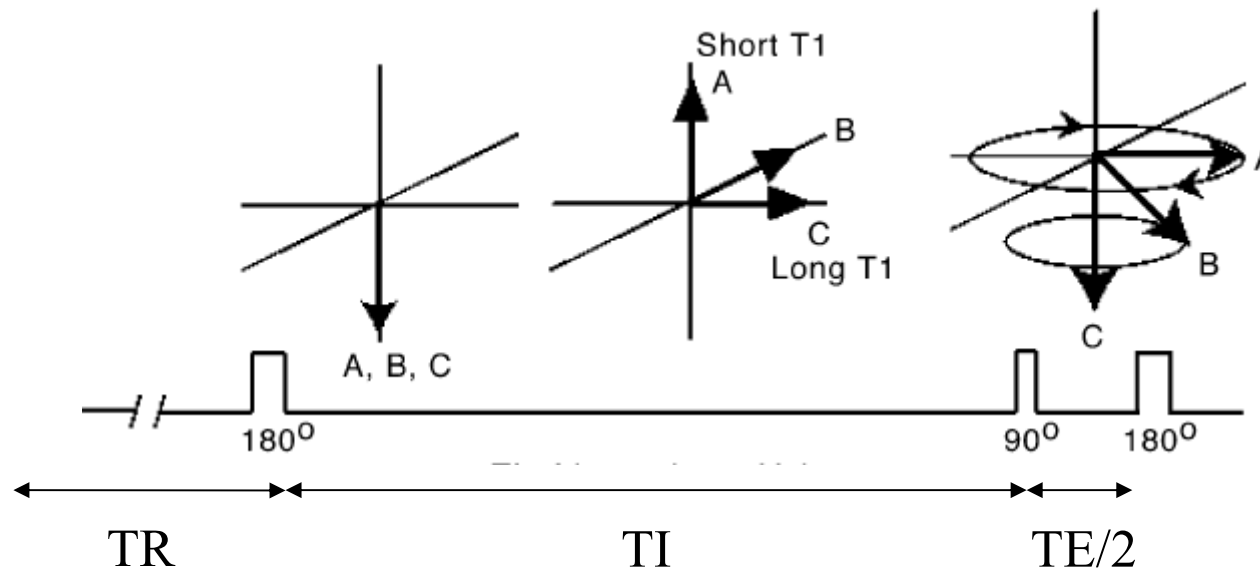
(c)
CPMG, TE=160 msec

- a) TE 31msec (πολύ μικρό) \rightarrow T1W \rightarrow υψηλό contrast λευκή –φαιά ουσία και χαμηλό contrast CSF – φαιάς ουσίας
- c) TE 160msec (μεγάλο) \rightarrow T2W \rightarrow χαμηλό contrast λευκή –φαιά ουσία και υψηλό contrast CSF – φαιάς ουσίας

Παλμοσειρά ανάκαμψης αναστροφής – inversion recovery (IR)

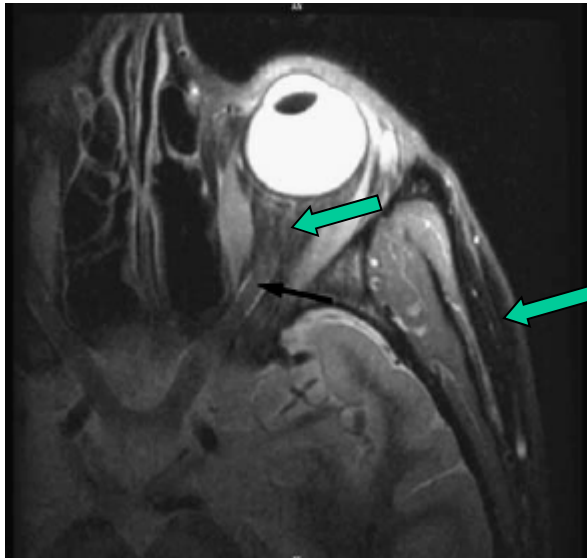
- Η παλμοσειρά καταγράφει σήμα από τους πυρήνες των οποίων η μαγνήτιση έχει προλάβει να επανέλθει στο +Z.
- Παλμός 180 → όλες οι μαγνητικές ροπές M συμπίπτουν με τον -Z άξονα
- Αναμονή για χρόνο TI (time to inversion) →
 - πυρήνες με μικρό T1 ταυτίζονται με τον +Z,
 - πυρήνες με μεγάλο T1 έχουν μ στο XY
- Παλμός 90 → οι πυρήνες με μικρό T1 έχουν M στο XY και παράγουν σήμα MRI, πυρήνες με μεγάλο T1 έχουν m στο -Z και δεν παράγουν σήμα MRI
- Αναμονή για χρόνο TE/2 (time echo)
- Παλμός 180 (όπως και στην ακολουθία spin echo) → rephase της M_{xy} και καταγραφή echo
- Αναμονή για χρόνο TR (time repetition) και επανάληψη της ακολουθίας

- TI πρέπει να είναι $\sim T1$ των ιστών που θέλουμε να απεικονίσουμε
- TE πρέπει να είναι μικρό, ώστε η εικόνα να μην είναι T2W
- TR πρέπει να είναι μεγάλο $>4T1$, ώστε όλες οι μαγνητικές ροπές να επανέρχονται στο +Z πριν τη νέα επανάληψη
- Ο TR είναι καθοριστικός για το συνολικό χρόνο που απαιτείται για απεικόνιση με μαγνητικό συντονισμό (MRI)

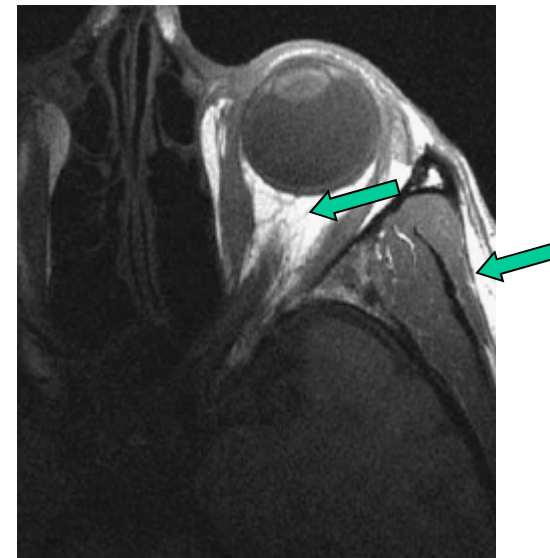


Short Time inversion recovery (STIR)

- Περίπτωση της παλμοσειράς Inversion Recovery, με μικρό χρόνο TI.
- Αποδεικνύεται ότι όταν $TI = T1 * \ln 2$, \rightarrow βάσει της εξίσωσης $Mz = Mz(0)(2 - \exp(-TI/T1))$ το M1 (των ιστών με $T1 = TI * \ln 2$) θα βρίσκεται στο XY.
- Ο επακόλουθος παλμός 90 θα φέρει το M1 στο $-Z$, οπότε ο παλμός 180 (echo) που θα ακολουθήσει δεν θα δώσει σήμα MRI.
- Συνήθως χρησιμοποιείται για την παραγωγή εικόνων που δεν καταγράφουν τον λιπώδη ιστό: T1~



STIR

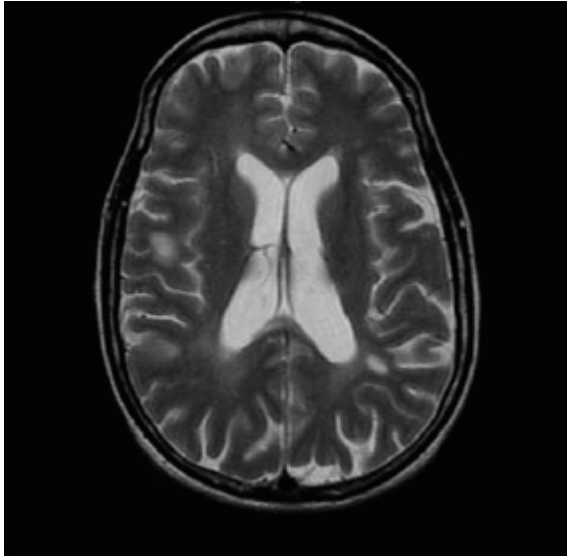


T1W

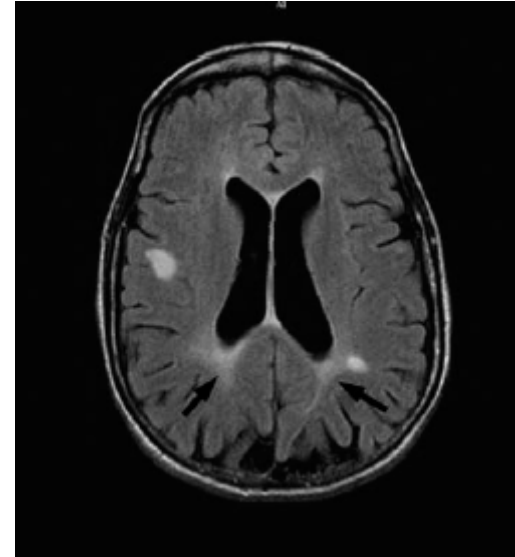
Παρατηρείστε τη διαφορά στην απεικόνιση του λίπους (βέλη) στις δύο εικόνες

Fluid attenuated Inversion recovery - FLAIR

- Περίπτωση της παλμοσειράς Inversion Recovery, με μεγάλο χρόνο TI (~ 2000 msec), μεγάλο TE (80-160 msec) και πολύ μεγάλο TR ($\sim 6000 - 10000$ msec).
- Το M ιστών με μεγάλο T1 επανέρχεται στο XY, ενώ το M ιστών με μικρό T1 ταυτίζεται με το +Z όταν εφαρμόζεται ο παλμός 90.
- Έτσι εξαφανίζεται από την εγκάρσια (XY) μαγνήτιση το M ιστών με μεγάλο T1, ενώ ιστοί με μικρό T1 δίνουν σήμα MRI (FID).
- Χρησιμοποιείται ιδιαίτερα στην νευρολογία



T2W spin echo
TR= 3150 msec,
TE=98 msec



T2W FLAIR
TI=2200 msec,
TR= 8800 msec,
TE=123 msec

Παρατηρείστε τη διαφορά της απεικόνισης του εγκεφαλονωτιαίου υγρού και των ενδείξεων σκλήρυνσης κατά πλάκας χρησιμοποιώντας SPIN ECHO και FLAIR τεχνικές.

Παλμοσειρές Gradient echo

- Η παλμοσειρά gradient echo χρησιμοποιείται για να προκαλέσει σήμα ηχούς (echo), χωρίς τη χρήση παλμού 180.
- Ο αρχικός παλμός δεν είναι 90, αλλά αρκετά μικρότερος ($5^{\circ} - 20^{\circ}$).
- Ο χρόνος TE/2 συνήθως επιλέγεται μικρός, κατά τη διάρκεια του οποίου εφαρμόζεται πεδίο κλίσης G το οποίο προκαλεί διαφοροποίηση της συχνότητας μετάπτωσης κάθε πυρήνα, ανάλογα με τη θέση του στο χώρο. Έτσι δημιουργείται τεχνητή απώλεια φάσης.
- Εφαρμόζεται αρνητικό G, το οποίο προκαλεί αναστροφή της απώλειας φάσης και εμφάνιση παλμού echo μετά από χρόνο TE/2.
- Διαφορές με spin echo:
 - Το Gradient echo δεν μπορεί να αναστρέψει την απώλεια φάσης λόγω T2* (δηλ. λόγω ανομοιογένειας B0) → οι εικόνες είναι επιρρεπείς σε artifacts αν το B0 δεν είναι πολύ ομοιογενές, ή αν TE είναι μεγάλο
 - Το Gradient echo απαιτεί μικρότερο TE και μικρότερο TR → ο συνολικός χρόνος συλλογής δεδομένων είναι μικρότερος
 - Το Gradient echo αποθέτει μικρότερη ηλεκτρομαγνητική ενέργεια στον ασθενή

Ορισμός των τριων διαφορετικών πεδίων κλίσης

The Z-Gradient

$$G_z = \frac{\partial B}{\partial z}$$

Συνολικό πεδίο: $B(z) = B_0 + zG_z$

The X-Gradient

$$G_x = \frac{\partial B}{\partial x}, \text{ Συνολικό πεδίο: } B(x) = B_0 + xG_x$$

The Y-Gradient

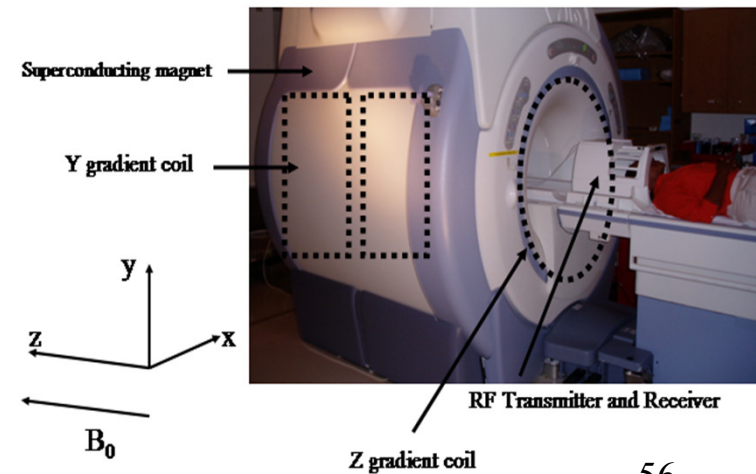
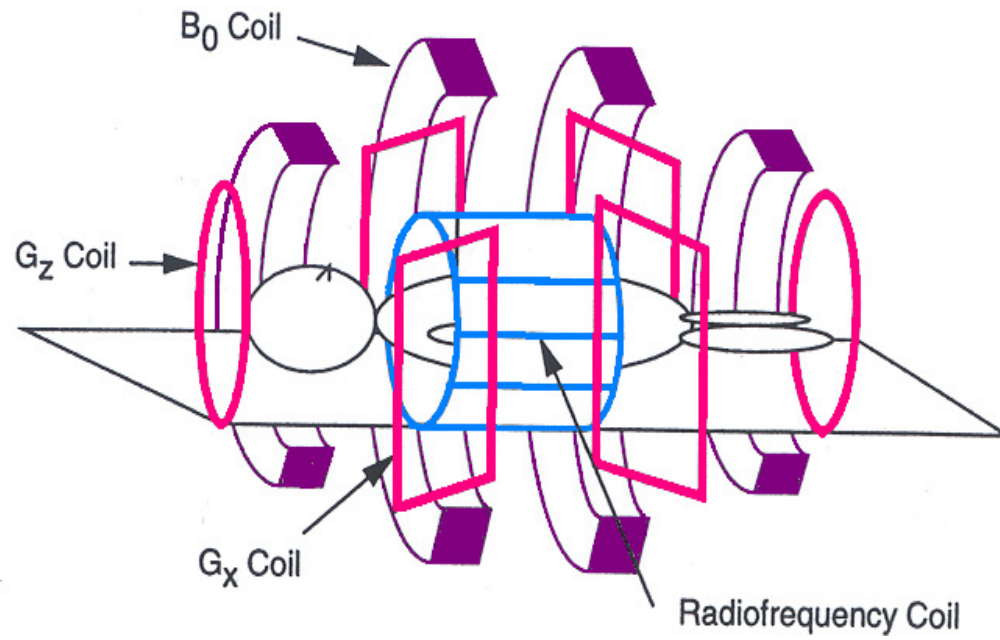
$$G_y = \frac{\partial B}{\partial y}, \text{ Συνολικό πεδίο: } B(y) = B_0 + yG_y$$

- Αν εφαρμόσουμε τα τρία πεδία κλίσης ταυτόχρονα, τότε το συνολικό πεδίο σε κάθε σημείο του χώρου είναι συνάρτηση της θέσης:

$$B(x, y, z) = B_0 + xG_x + yG_y + zG_z = \mathbf{r} \cdot \mathbf{G}$$

Κ. Δελημπασης

Απεικόνιση των κύριων πηνίων ενός MRI



Κ. Δελήμπασης

Παλμοσειρά: Saturation recovery – ανάκτηση κορεσμού

- Η τεχνική αυτή δημιουργεί σήμα echo χωρίς τη χρήση παλμού 180, όπως η Spin Echo, αλλά με τη χρήση μαγνητικού πεδίου κλίσης -*Gradient*.
- Η εφαρμογή ενός Gradient σε μία διεύθυνση πχ Z, προκαλεί διαφορετικές συχνότητες περιστροφής Larmor ανάλογα με το επίπεδο στο οποίο βρίσκεται ο πυρήνας.
- Αν εφαρμόσουμε Gz για ορισμένο χρόνο (TE/2) και στη συνέχεια -Gz (TE/2), τότε παίρνουμε σήμα echo, αφού όσοι πυρήνες περιστρέφονταν γρήγορα με το Gz, θα περιστρέφονται αργά με το -Gz.
- Το σήμα FID έχει περικλείουσα η οποία θα μειώνεται πολύ πιο γρήγορα ($T2^* \ll$) \rightarrow ο χρόνος TE πρέπει να είναι πολύ μικρός

$$G_z = \frac{\partial B}{\partial z}$$

- Πλεονεκτήματα του gradient echo
 - Λιγότερη RF ενεργεια στον ασθενή, αφού ο παλμός 180 δεν χρησιμοποιείται
 - Μικρότερος κορεσμός (εγκάρσια συνιστώσα M_{xy} μαγνήτισης) \rightarrow λιγότερες αλληλεπιδράσεις μεταξύ τομών \rightarrow λεπτότερες τομές είναι δυνατές
 - Μειωμένος χρόνος συλλογής

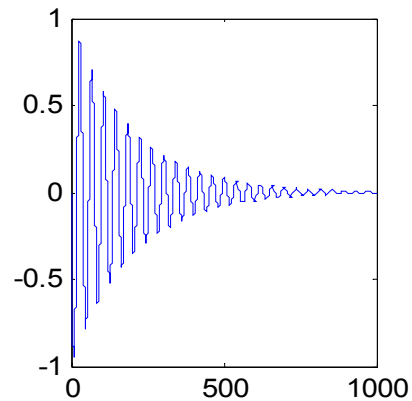
Γιατί χρησιμοποιούμε πεδία κλίσης: Παράδειγμα με δύο δείγματα

Η έννοια της κωδικοποίησης συχνότητας

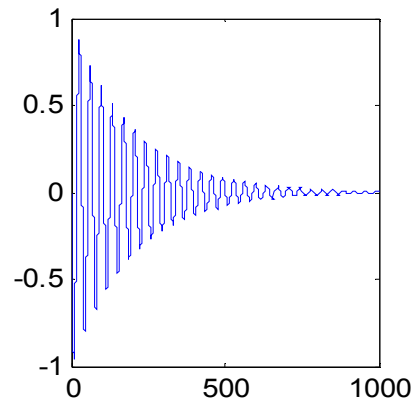
- Πεδία κλίσης χρησιμοποιούνται για να μεταβάλλουν την ένταση του B_0 με τρόπο που να εξαρτάται από τη θέση. Με αυτό τον τρόπο πυρήνες (πρωτόνια) που βρίσκονται σε διαφορετικές θέσεις μεταπτώνονται με διαφορετική συχνότητα Larmor $\omega_0 \rightarrow$ επιτυγχάνεται **κωδικοποίηση συχνότητας (frequency encoding)**.
- Ας υποθέσουμε ότι υπάρχουν 2 δείγματα που βρίσκονται στις θέσεις (x_1, y_0, z_0) και (x_2, y_0, z_0) . Λόγω εφαρμογής πεδίου κλίσης

$$G_x = \frac{\partial B}{\partial x}$$

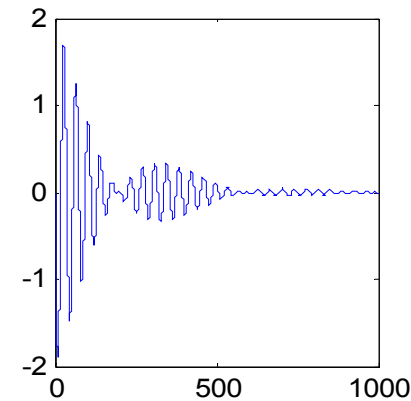
- τα δύο δείγματα έχουν ένταση πεδίου
$$B_1 = (0, 0, B_0 + x_1 G_x) \Rightarrow \omega_1 = \gamma B_1$$
$$B_2 = (0, 0, B_0 + x_2 G_x) \Rightarrow \omega_2 = \gamma B_2$$
- Το σήμα FID που λαμβάνεται από το πηνίο λήψης είναι άθροισμα των FID από κάθε δείγμα με συχνότητες ω_1 και ω_2 .



Δείγμα 1: FID_1, ω_1



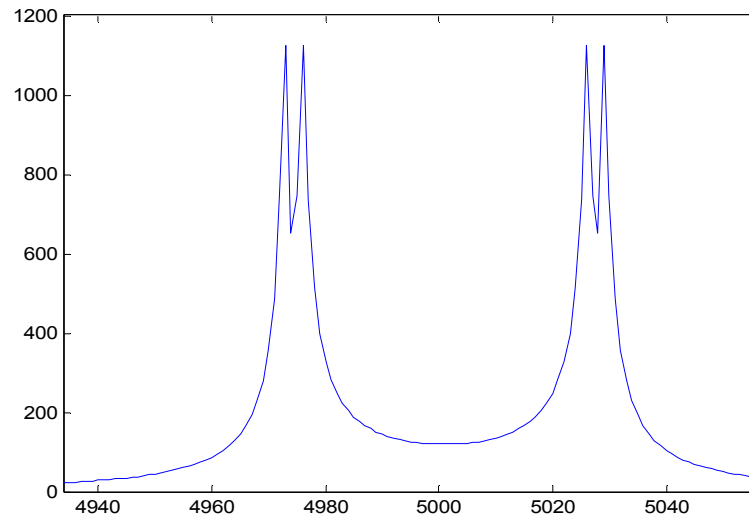
Δείγμα 2: $FID_2, \omega_2=1.1\omega_1$



Συνολικό σήμα MRI:
 FID_1+FID_2 .

Μετασχηματισμός $FFT(FID_1+FID_2)$. Παρατηρείστε, εκτός από τη συζηγηή συμμετρία την ύπαρξη 2 κορυφών που αντιστοιχούν στη θέση των δύο δειγμάτων.

→ Όταν εφαρμοστεί πεδίο κλίσης και ληφθεί σήμα ηχούς FID , ο μετασχηματισμός FT αποτελεί παράλληλη προβολή της μαγνήτισης **M**.



Κ. Δελήμπασης

Σχηματισμός εικόνας 2D

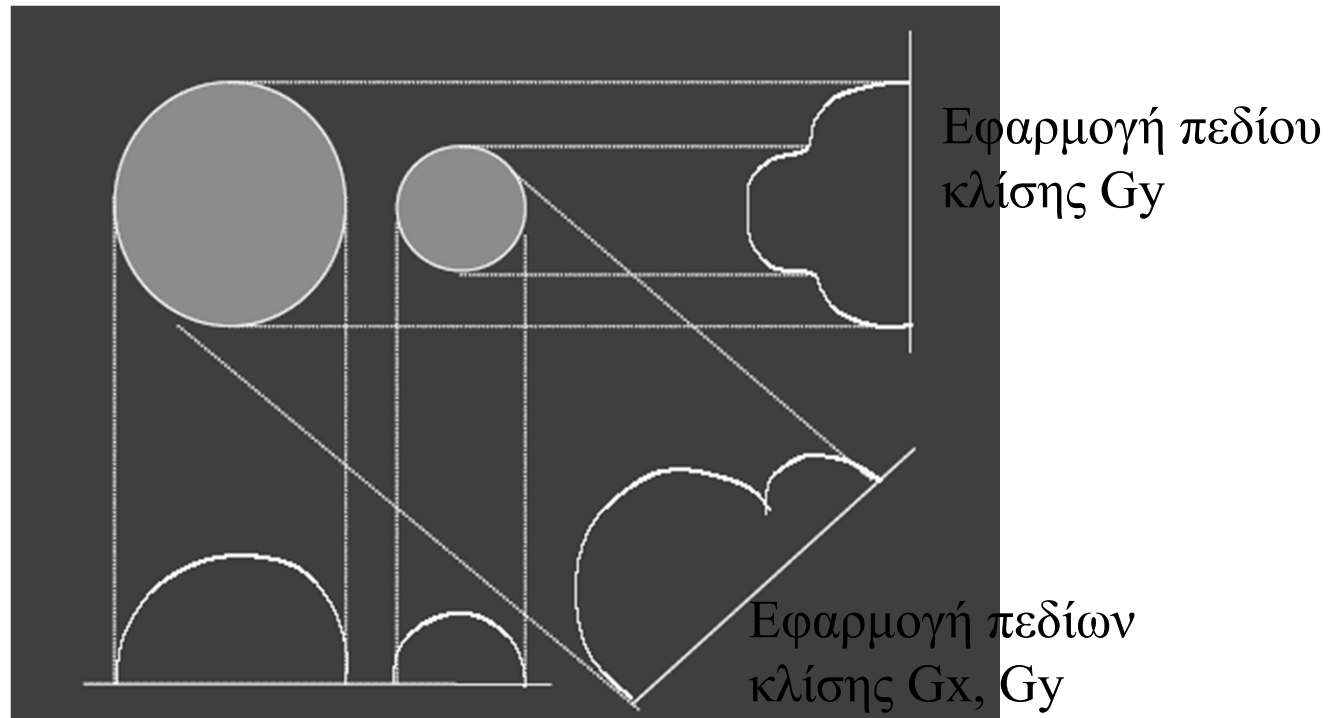
- Οι πρώτες τεχνικές για απεικόνιση μαγνητικού συντονισμού βασίζοντο σε απεικόνιση σημείου και γραμμής.
- Για ιστορικούς λόγους θα περιγράψουμε την **απεικόνιση σημείου**.
 - Εφαρμόζονται ταυτόχρονα 3 πεδία κλίσης G_x , G_y , $G_z \rightarrow$ κάθε σημείο στο χώρο θα έχει μία συχνότητα Larmor που εξαρτάται από τη θέση του (αν και για κάποια σημεία η συχνότητα αυτή δεν είναι μοναδική).
 - Επιλέγεται μία συχνότητα η οποία αντιστοιχεί σε συγκεκριμένη θέση στο χώρο και συλλέγεται το σήμα FID από αυτή.
 - Ο ασθενής μετακινείται μηχανικά ώστε όλα τα μέρη της υπό εξέταση περιοχής να διέρχονται από τη θέση συλλογής FID.

Σχηματισμός εικόνας 2D με χρήση προβολών

- Όπως αναφέρθηκε στις προηγούμενες διαφάνειες η κωδικοποίηση συχνότητας μέσω πεδίου κλίσης ισοδυναμεί με την παραγωγή της παράλληλης προβολής της μετρούμενης ποσότητας σε άξονα κάθετο στην διεύθυνση μεταβολής του πεδίου κλίσης.
- Έτσι αν χρησιμοποιήσουμε δύο πεδία G_x , G_y κατά τη διεύθυνση των δύο αξόνων του επιπέδου XY , μπορούμε μεταβάλλοντας το πλάτος τους να δημιουργήσουμε ένα συνιστάμενο πεδίο κλίσης μεταβλητής κατεύθυνσης:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{G_y}{G_x}\right)$$

- Λαμβάνοντας το FT του FID για κάθε συνδυασμό πλατών των G_x , G_y λαμβάνουμε παράλληλες προβολές της μετρούμενης πυκνότητας σε διάφορους άξονες και μπορούμε στη συνέχεια να ανακατασκευάσουμε την μετρούμενη ποσότητα, σύμφωνα με τις μεθόδους ανακατασκευής εικόνας (βλ αξονικό τομογράφο).



Εφαρμογή πεδίου κλίσης G_x

- Η μέθοδος ομιάστηκε zeugmatography
- Στον εμπνευστή P. Lauterbur απονεμήθηκε Nobel Ιατρικής 2003.
- Το αρχικό paper (Nature 1973) είχε απορριφθεί αρχικά
 - <http://pac.iupac.org/publications/pac/pdf/1974/pdf/4001x0149.pdf>
- Σχεδόν 10 έτη μετά το paper στο Nature, η ακαδημαδική κοινότητα δεν είχε πειστεί για τις πιθανές ιατρικές εφαρμογές της ανακάλυψης

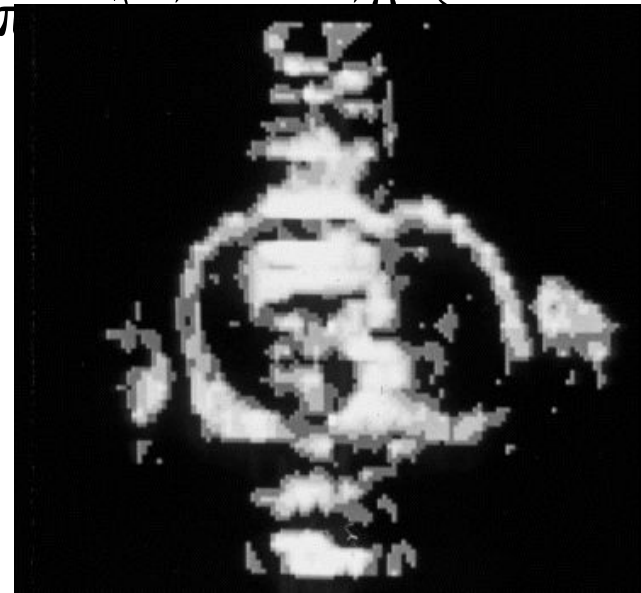
- Mansfield: Σχέση μεταξύ θέσης και συχνότητας – η χρήση του FT.

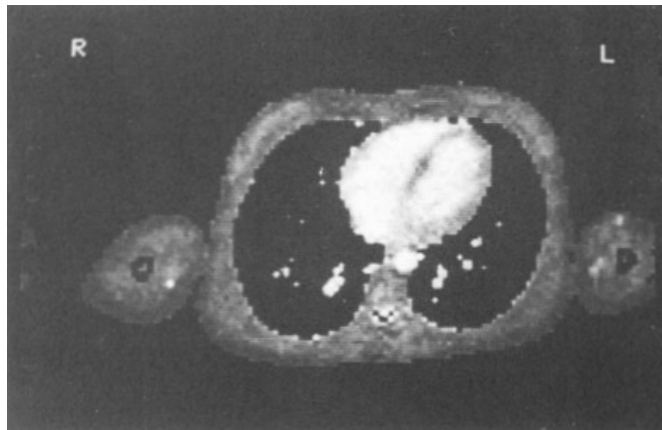
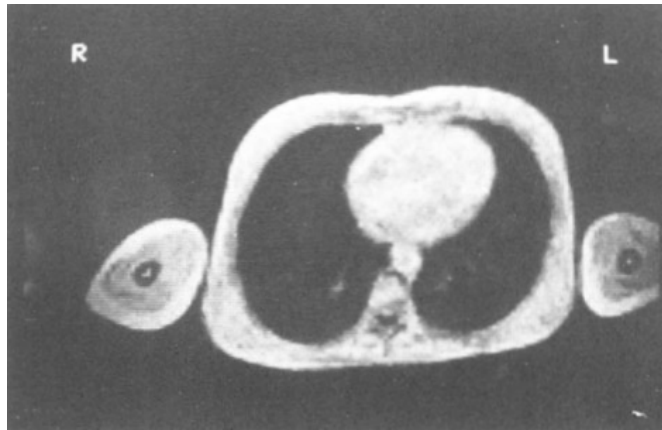
P. Mansfield and P.K. Grannell, J. Phys. C, 6:1422- (1973)

Σχηματισμός εικόνας 2D με χρήση μεθόδων Fourier: Η μέθοδος Spin warp

- Η μέθοδος αυτή είναι ιδιαίτερα ευαίσθητη σε ανομοιογένειες του πεδίου B0 και εγκαταλήφθηκε μετά την ανακάλυψη της μεθόδου απεικόνισης spin warp.
- Η μέθοδος spin warp αναπτύχθηκε το 1980 ως βελτίωση της μεθόδου zeugmatography και απεικόνισης spin warp. Εφαρμόζεται έως και σήμερα.

W.A. Edelstein, J.M.S. Hutchison, G. Johnson and T.W. Redpath, Phys. Med. Biol. 25:751 - (1980)





Μία από τις πρώτες απεικονίσεις με τη μέθοδο spin warp και η ιδιοκατασκευή της ομάδας του Aberdeen (4 δακτύλιοι για την παραγωγή μαγνητικού πεδίου 0.4 T με ανομοιογένεια 200ppm).

Κ. Δελήμπασης

67

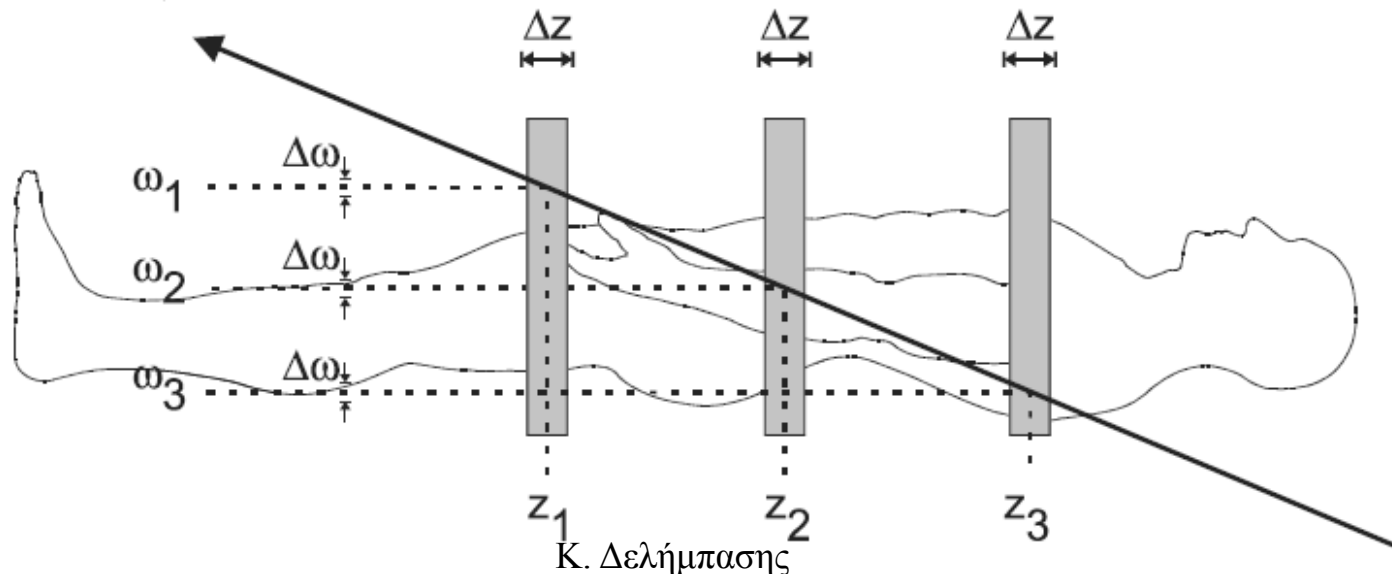
Σχηματισμός εικόνας Spin warp :

Βήμα 1ο: επιλογή εγκάρσιας τομής

- Γίνεται με την εφαρμογή ενός πεδίου κλίσης, το οποίο καλείται gradient με διεύθυνση μεταβολής κάθετη στο επίπεδο της τομής (για εγκάρσια τομή \rightarrow πεδίο κλίσης κατά τον Z άξονα – Z Gradient - Gz).
- Το πεδίο κλίσης έχει τιμή \sim mT/m
- Πυρήνες σε διαφορετική z συντεταγμένη θα βρίσκονται σε διαφορετικό μαγνητικό πεδίο \rightarrow θα περιστρέφονται με διαφορετική συχνότητα Larmor \rightarrow επιλέγοντας συχνότητα του εναλλασσόμενου πεδίο B1 μπορούμε να επιλέξουμε επίπεδο τομής
- Ο παλμός επιλογής τομής έχει μία κεντρική συχνότητα ω και ένα εύρος ζώνης $\Delta\omega \sim 1-2\text{kHz}$
- Το πάχος τομής Δz συνδέεται με το $\Delta\omega$ με τη γνωστή σχέση του γυρομαγνητικού λόγου: $\Delta\omega = \gamma \cdot Gz \cdot \Delta z$

Παράδειγμα εφαρμογής πεδίου κλίσης Gz

- Έστω πεδίο κλίσης Gz παράλληλο στο Z με κλίση 1 Gauss/cm = 0,1mT/m. Έστω επίσης ότι το σταθερό πεδίο B0=1T=10000 Gauss παράλληλο στο Z.
- Θεωρούμε ότι στο ισόκεντρο Gz=0. Για z=1cm πάνω από το ισόκεντρο B=B0+Gz*1cm=10001G → f=(γ/2π)B=45,5742MHz
- Για z=-1cm κάτω από το ισόκεντρο
B=B0+Gz*(-1cm)=9999G → f=(γ/2π)B=45,5657MHz



- Κατά συνέπεια, αν το πεδίο B1 έχει συχνότητα $f=45,5742\text{MHz}$ τότε θα αλληλεπιδράσει με τους πυρήνες του H που βρίσκονται στο επίπεδο $z=1\text{cm}$ (δεδομένου ότι $B_0=1\text{T}$).
- Στην πράξη το πεδίο B1 δεν είναι «μονοχρωματικό», αλλά περιέχει συχνότητες γύρω από την κεντρική συχνότητα, με εύρος $\Delta f = \Delta\omega / (2\pi)$ που καλείται εύρος συχνοτήτων (Bandwidth). Το εύρος συχνοτήτων $\Delta\omega$ και το πλάτος του πεδίου κλίσης G_z (δηλ πόσο «απότομο» είναι το δεδίο κλίσης) καθορίζει το πάχος της τομής Δz , σύμφωνα με τη σχέση:

$$\omega = \gamma(B_0 + zG_z) \Rightarrow \Delta\omega = \Delta(\gamma(B_0 + zG_z)) = \gamma\Delta zG_z$$

$$\text{Ισοδύναμα: } \Delta f = \frac{\gamma}{2\pi} \Delta zG_z$$

- όπου γ ο γυρομαγνητικός λόγος, Δz το πάχος της τομής και G_z η τιμή του πεδίου κλίσης. Κατά συνέπεια, μεταβάλλοντας το εύρος ζώνης $\Delta\omega$ και το πλάτος του G_z καθορίζουμε το πάχος της τομής.

Παράδειγμα

Εστω $G_z = 1 \text{ Gauss/cm} = 0,1 \text{ mT/m}$, $B_0 = 1 \text{ T}$ και εύρος ζώνης του πεδίου $\Delta f = 512 \text{ Hz}$.

- A) Υπολογίστε την συχνότητα του B_1 για να επιλέξουμε τομή σε ύψος $z = 4 \text{ cm}$.
- Το ολικό πεδίο είναι συνάρτηση της θέσης στο z : $B = B_0 + z \cdot G_z$

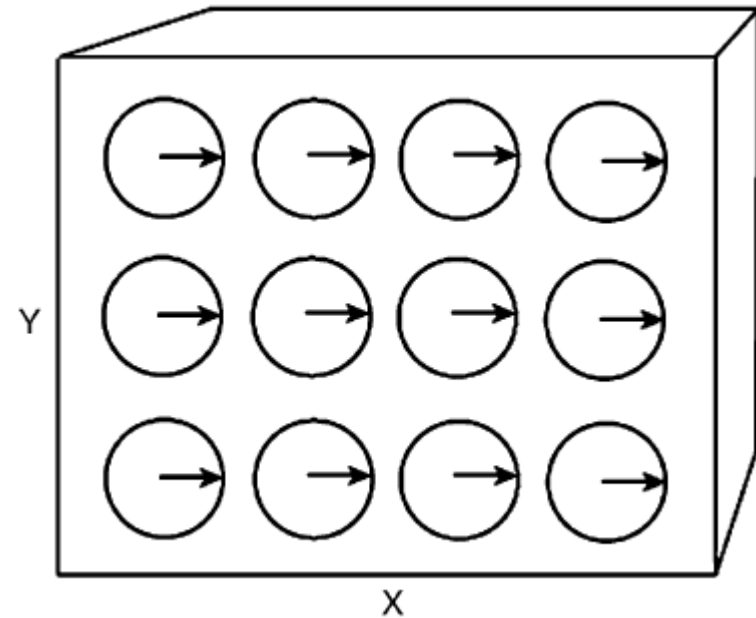
$$B = B_0 + zG_z \Rightarrow f = \frac{\gamma}{2\pi} B = \frac{\gamma}{2\pi} (B_0 + zG_z) =$$

$$42.57 \text{ MHz} \times (1 \text{ T} + 4 \text{ cm} \times 0.1 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}) = 42.57 \times 10^6 \text{ Hz} \times (1 \text{ T} + 0.04 \text{ m} \times 10^{-3} \text{ T} \cdot \text{m}^{-1}) = 42.572 \text{ MHz}$$

- B) Υπολογίστε το πάχος της τομής Δz .

$$\Delta z = \frac{\Delta f}{\frac{\gamma}{2\pi} G_z} = \frac{512 \text{ Hz}}{42.57 \text{ MHz} \cdot \text{T}^{-1} \cdot 0.1 \text{ mT} \cdot \text{m}^{-1}} = 0.012 \text{ cm}$$

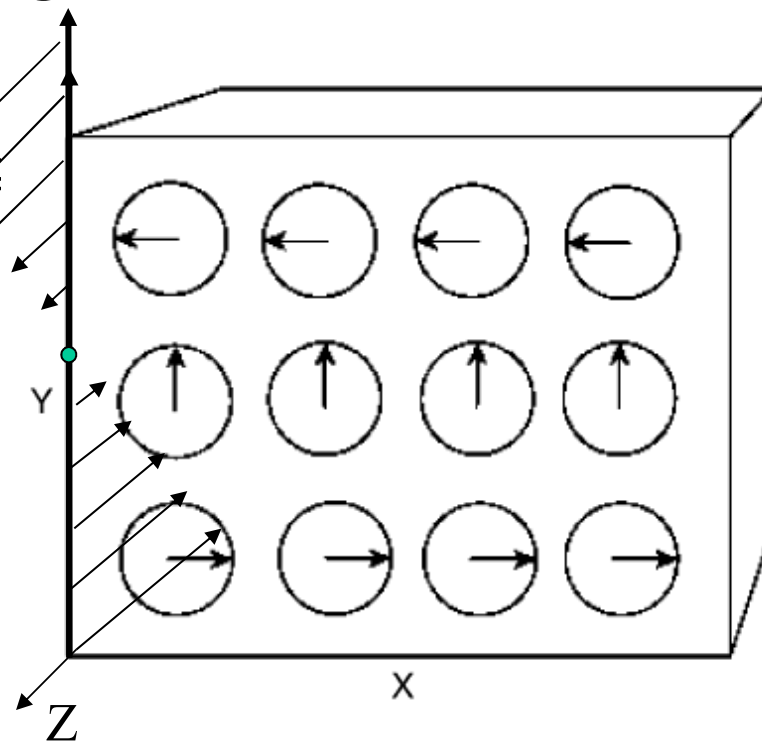
- Κατά τη διάρκεια του Gz εφαρμόζεται μία παλμοσειρά 90 ή 180, η οποία λόγω της επιλεγείσας συχνότητας, επιδρά μόνο στους πυρήνες της τομής που έχει συχνότητα Larmor ίση με τη συχνότητα της παλμοσειράς
- Αμέσως μετά την επιλεκτική ακτινοβολήση μίας τομής, και αφού το Gz «κλείσει» συμβαίνουν τα εξής:
 - Όλοι οι πυρήνες της τομής περιστρέφονται με **ίδια συχνότητα** και **σε φάση**



Απεικονίζουμε την συχνότητα περιστροφής ανάλογα με το μέγεθος του κύκλου και το φάση με τα βέλη

Βήμα 2ο: Κωδικοποίηση φάσης – Phase encoding

- Εφαρμόζεται ένα δεύτερο πεδίο κλίσης G_y κατά τον Y (παράλληλα με τον Z), οπότε:
 - Οι πυρήνες κάθε **σειράς** (row) της τομής περιστρέφονται με **διαφορετική ταχύτητα**, αλλά **σε φάση**
 - Όταν «κλείσει» το G_y όλοι οι πυρήνες επανέρχονται στην προηγούμενη ταχύτητα περιστροφής Larmor, αλλά
 - κάθε σειρά (row) βρίσκεται σε φάση, ενώ πυρήνες διαφορετικής σειράς (με διαφορετική Y συντεταγμένη) έχουν διαφορά φάσης.
 - Η κατάσταση που επικρατεί απεικονίζεται όπως στο διπλανό σχήμα.
 - Το πεδίο κλίσης G_y ονομάζεται πεδίο κωδικοποίησης φάσης (G_{pe} – gradient phase encoding).



- Το G_{pe} εφαρμόζεται μετά το πεδίο κλίσης επιλογής τομής και πριν τη συλλογή των δεδομένων
- Η μεταβολή της φάσης στη θέση y δίνεται από $\varphi(y) = \gamma \cdot G_{pe} \cdot T_{pe} \cdot y$
 - T_{pe} : χρόνος εφαρμογής του G_{pe}
 - $G_Y = G_{pe} = \theta B_z / \theta y$
- Μετά από κάθε εφαρμογή του G_{pe} συλλέγονται δεδομένα για μία γραμμή της εικόνας. Δεδομένου ότι η εικόνα αποτελείται από N γραμμές, το G_{pe} εφαρμόζεται σειριακά N φορές, έτσι ώστε δύο πρωτόνια που βρίσκονται σε απόσταση ίση με το μήκος που απεικονίζεται κατά τον άξονα Y ($FOV_Y = FOV_{PE}$) να έχουν διαφορά φάσης ακέραιο πλλαπλάσιο του 2π :

$$\gamma FOV_Y T_{PE} G_Y (n) = 2\pi n$$

- Το πλάτος του G_{pe} δεν είναι σταθερό, αλλά συνάρτηση του n :

$$G_{PE} = ng_{PE},$$

$$n = -\frac{N}{2} - 1, \dots, 0, \dots, \frac{N}{2}$$

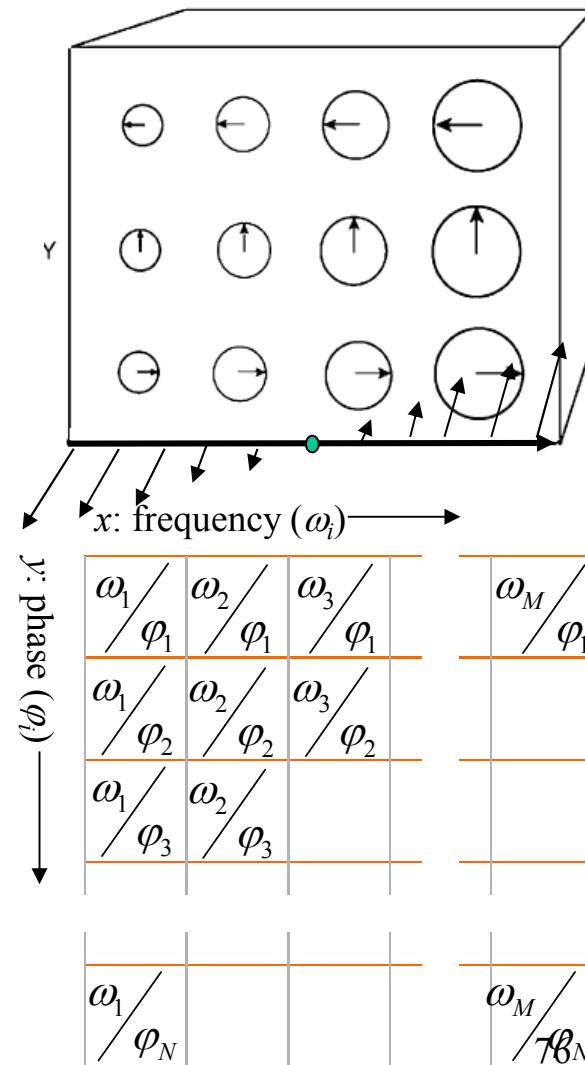
- όπου g_{pe} : το σταθερό βήμα μεταβολής του πλάτους G_{pe} μεταξύ διαφορετικών βημάτων συλλογής δεδομένων των N γραμμών της εικόνας.

- Το πεδίο που απεικονίζεται (Field of View – FOV_Y) στην κατεύθυνση εφαρμογής του G_{pe} καθορίζεται από τον χρόνο εφαρμογής του πεδίου κλίσης και το πλάτος του (πόσο απότομη είναι):

$$FOV_Y = FOV_{PE} = \frac{2\pi}{\gamma T_{PE} g_{PE}}$$

Βήμα 3ο: Κωδικοποίηση συχνότητας – Frequency encoding

- Εφαρμόζεται ένα δεύτερο πεδίο κλίσης G_x κατά τον X (παράλληλα με τον Z), οπότε:
 - Οι πυρήνες κάθε **στήλης** (column) της τομής περιστρέφονται με **διαφορετική ταχύτητα**, αλλά παραμένουν **σε φάση κατά γραμμή** (row)
- Το πεδίο εφαρμόζεται κατά τη συλλογή των δεδομένων, γι' αυτό και λέγεται και Read Out Gradient G_{RO} .
- Συνήθως επιλέγεται ο άξονας με την μεγαλύτερη διάσταση ανατομίας: πx
 - Κεφάλι: Freq. encoding: Anterior – Posterior
 - Θώρακας: Freq. encoding αριστερά \rightarrow δεξιά



- Η διάσταση του πεδίου που απεικονίζεται (Field of View – FOV_{RO}) στην κατεύθυνση εφαρμογής του G_{RO} καθορίζεται από την συχνότητα δειγματοληψίας f_s κατά τη συλλογή των δεδομένων: $f_s = 1/\Delta\tau$, $\Delta\tau$: περίοδος δειγματοληψίας κατά τη συλλογή του FID (ταυτόχρονα με την εφαρμογή του G_x).

- Αν $\Delta\tau$ η περίοδος δειγματοληψίας του FID, τότε $1/\Delta\tau$ η συχνότητα δειγματοληψίας που μπορεί να θεωρηθεί ίση με τη συχνότητα Nyquist $f_N=2\pi\omega_N$. Άρα η μέγιστη συχνότητα που υπάρχει στο δειγματοληπτημένο θα είναι ίση με τη $f_N/2 = 2/\Delta\tau$.
- Η διάσταση του πεδίου που απεικονίζεται (Field of View – FOV_{RO}) στην κατεύθυνση εφαρμογής του G_{RO} καθορίζεται από το γεγονός ότι δύο πυρήνες που βρίσκονται σε απόσταση FOV_{RO} κατά τον άξονα X (εφαρμογής του G_x) θα έχουν συχνότητα Larmor που θα διαφέρουν κατά $f_N=2\pi\omega_N$.

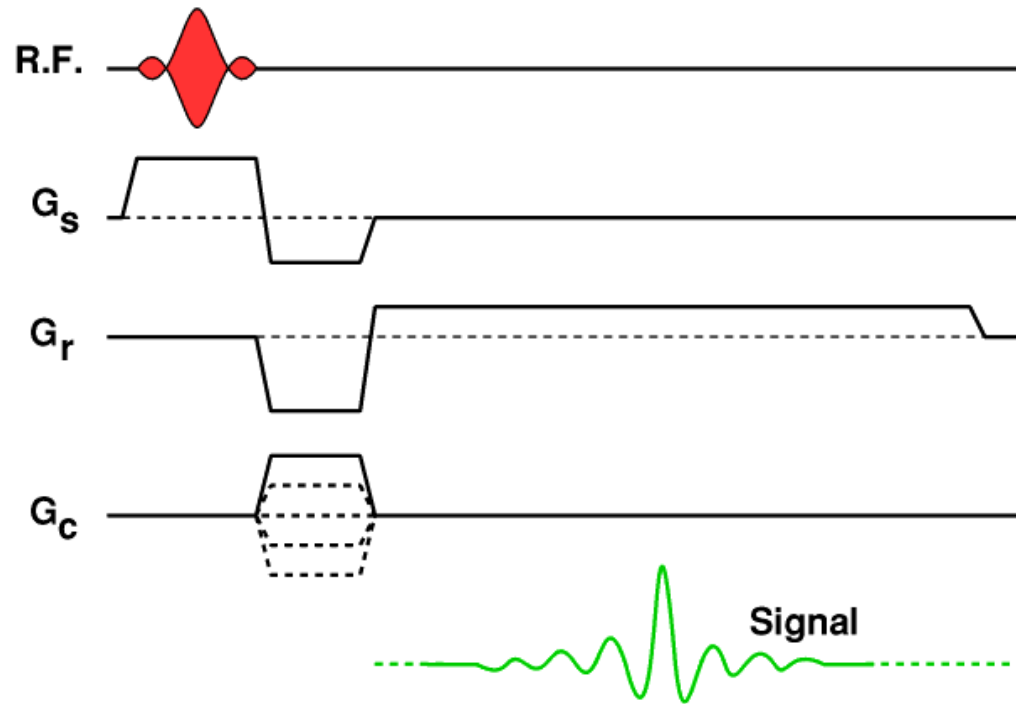
$$\Delta f = 2\pi\Delta\omega_N = \frac{1}{\Delta\tau} = \frac{\gamma}{2\pi} G_{RO} FOV_{RO} \Rightarrow FOV_{RO} = \frac{2\pi}{\gamma G_{RO} \Delta\tau}$$

- Άρα: Η συχνότητα δειγματοληψίας και το πλάτος του $G_x=G_{RO}$ καθορίζει το εύρος του πεδίου που απεικονίζεται (Field of View – FOV_{RO}).

- Η διαφορά στη συχνότητα μετάπτωσης Larmor μεταξύ των άκρων του FOV_{RO} είναι ίση με $2f_{max} = f_N$ (δηλ δύο πυρήνες στα άκρα του FOV_{RO} μεταπτώνονται με γωνιακές συχνότητες $\omega_0 - \omega_{max}$ και $\omega_0 + \omega_{max}$).
- Αν συλλέξουμε $N_X = N_{RO}$ σημεία κατά μήκος της διάστασης της κωδικοποίησης συχνότητας (Read Out), και $N_Y = N_{PE}$ γραμμές τότε το μέγεθος του Pixel κατά τη διάσταση Read Out (X) και PE (Y) θα είναι Δx , Δy αντίστοιχα (μονάδες mm/pixel):

$$\Delta x = \frac{FOV_{RO}}{N_X} = \frac{2\pi}{\gamma G_{RO} \Delta \tau N_X}$$

$$\Delta y = \frac{FOV_Y}{N_Y} = \frac{FOV_{PE}}{N_Y} = \frac{2\pi}{\gamma T_{PE} g_{PE} N_Y}$$



- The spin-warp method

Taken from <http://www.hutch73.org.uk/MRIhist/page5.html>

Παράδειγμα

- Εστω παλμοσειρά με
 - $T_{PE}=T_y = 5 \text{ msec}$, and $T_{RO}=20 \text{ msec}$.
 - Διαστάσεις πεδίου απεικόνισης (FOVs) are $FOV_x = FOV_y = 20 \text{ cm}$
 - Χωρική ανάλυση (μέγεθος pixel) $\Delta x = 1 \text{ mm}$ and $\Delta y = 2 \text{ mm}$.
- Να υπολογιστούν τα ακόλουθα:
 - a. g_{PE} βήμα μεταβολής του G_{PE} (mT/m)
 - b. Μέγιστη τιμή του G_{PE} , G_{PEmax} (mT/m)
 - c. G_{RO} (mT/m)
 - d. Περίοδος δειγματοληψίας του FID (in ms)

$$FOV_y = FOV_{PE} = \frac{2\pi}{\gamma T_{PE} g_{PE}} \Rightarrow g_{PE} = \frac{2\pi}{\gamma T_{PE} FOV_{PE}} =$$
$$\frac{1}{42.57 \text{ MHz} \cdot T^{-1} 5 \text{ msec } 20 \text{ cm}} = 0.023 \text{ mT/m}$$

- Για τον υπολογισμό του $\max G_{PE}$ λαμβάνουμε υπόψη ότι αυτό μεταβάλλεται για κάθε σειρά της εικόνας που δειγματολειτουργούμε:

$$G_{PE} = n g_{PE}, n = -\frac{N_Y}{2} - 1, \dots, 0, \dots, \frac{N_Y}{2} \Rightarrow G_{PE \max} = \frac{N_Y}{2} g_{PE}$$

$$\Delta y = \frac{FOV_Y}{N_Y} = \frac{FOV_{PE}}{N_Y} = \frac{2\pi}{\gamma T_{PE} \underbrace{g_{PE} N_Y}_{2G_{PE \max}}} \Rightarrow G_{PE \max} = \frac{2\pi}{\gamma T_{PE} \Delta y} =$$

$$\frac{1}{42.57 \text{ MHz } T^{-1} 5.10^{-3} \text{ sec } 2.10^{-3} \text{ m}} = 1.17 \text{ mT/m}$$

- Υπολογισμός της περιόδου δειγματοληψίας Δt :

$$N_X = N_{RO} = \frac{FOV_{RO}}{\Delta x} = \frac{20 \text{ cm}}{1 \text{ mm}} = 200$$

- $$\Delta \tau = \frac{T_{RO}}{N_X} = \frac{20 \text{ msec}}{200} = 100 \mu \text{ sec}$$

- Υπολογισμός του G_{RO} :

$$FOV_{RO} = \frac{2\pi}{\gamma G_{RO} \Delta\tau} \Rightarrow G_{RO} = \frac{2\pi}{\gamma FOV_{RO} \Delta\tau} = \frac{1}{52.57 \text{ MHz T}^{-1} 100 \mu\text{sec} 20 \text{ cm}} = 0.95 \text{ mT/m}$$

Παράδειγμα

- Εστω περίοδος δειγματοληψίας $T_S=50\mu\text{sec} \rightarrow F_S=F_N=20\text{kHz} \rightarrow$ εύρος ζώνης εικόνας $\omega_{RO}=F_N/2=10\text{kHz}$.
- Αν $G_{RO}=10\text{mT/m} \rightarrow \text{FOV}_{RO} = \omega_{RO}/(\gamma G_{RO}) = 20\text{kHz}/(42.57(\text{MHz/T}) \cdot 1\text{mT/m}) \sim 24\text{cm}$