



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ II-Όρια και συνέχεια

Διδάσκουσα : Δρ. Μ. Αδάμ

Λαμία, 25/02/2015

Φυλλάδιο 1.

1. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τα ακόλουθα όρια. Σε περίπτωση θετικής απάντησης να υπολογιστεί η οριακή τιμή:

i) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{xy}{x^2 + y^2},$

ii) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{x^2y + z^3}{x^2 + y^2 + z^2}$

iii) $\lim_{(x,y,z) \rightarrow (0,0,0)} \frac{xz}{x^3 + y^3 + z^3}$

iv) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{2x + 2y}{x - y},$

v) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,-1)} \frac{3x + 3y}{x - y}$

vi) $\lim_{(x,y) \rightarrow (-2,1)} \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 - y^2}$

vii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x+y)}{x+y}$

viii) $\lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{2x + 2y}{x - y}$

ix) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{-x - y}{x - y}$

x) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{\sin(x^2 + 2y^2)}{x^2 + y^2}$

xi) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{5x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$

2. Να εξετάσετε ως προς τη συνέχεια τις ακόλουθες συναρτήσεις:

$$\text{i) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$\text{ii) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$\text{iii) } f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^4 - y^4}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 1, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$\text{iv) } f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^2 y - z^3}{x^2 + y^2 + z^2}, & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0, & (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

$$\text{v) } f(x, y, z) = \begin{cases} \frac{x^3 + x^2 y + zy^2}{x^2 + y^2 + z^2}, & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ 0, & (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$

$$\text{vi) } F(x, y) = \begin{cases} \left(\frac{2x}{x^2 + y^2}, \frac{xy}{x^2 + y^2 + 1} \right), & (x, y) \neq (0, 0) \\ (0, 0), & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

$$\text{vii) } F(x, y, z) = \begin{cases} \left(\frac{xy - z^2}{x^2 + y^2 + z^2}, \frac{x^2 - y^2 - z^2}{x^2 + y^2 + z^2} \right), & (x, y, z) \neq (0, 0, 0) \\ (0, 0), & (x, y, z) = (0, 0, 0) \end{cases}$$