



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ**  
**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ**  
**ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**  
**ΣΤΗ ΒΙΟΙΑΤΡΙΚΗ**

**ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ Ι – Ακολουθίες**

**Διδάσκουσα : Δρ. Μ. Αδάμ**

**Λαμία, 6/11/2013**

**Φυλλάδιο 1.**

1. Να εξετάσετε τη μονοτονία των ακολουθιών

(i)  $a_n = \frac{n}{e^n}$ ,                      (ii)  $b_{n+1} = \frac{4b_n^2 + 2}{b_n + 4}$  με  $b_1 = \frac{1}{2}$ ,  $n \in \mathbb{N}$

(iii)  $c_n = \frac{2^n}{n!}$ ,                      (iv)  $k_{n+1} = \frac{1}{n+1}k_n$  με  $k_1 = 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$

(v)  $d_n = n^{1/n}$ ,                      (vi)  $m_{n+1} = \frac{n}{n+1}m_n$  με  $m_1 = 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$

(vii)  $x_n = \frac{\ln(n+2)}{n+2}$                       (viii)  $z_{n+1} = 4z_n + 3$  με  $z_1 = 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$

(ix)  $y_n = \frac{n+3}{\ln(n+3)}$                       (x)  $w_{n+1} = \frac{n+1}{2n}w_n$  με  $w_1 = 1$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

(xi)  $b_n = \frac{\ln n}{n}$                       (xii)  $a_{n+1} = \frac{a_n^2 - a_n + 1}{a_n}$  με  $a_1 = 2$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

(xiii)  $a_n = \frac{6^n}{(n+1)!}$ ,  $n \geq 5$ ,  $n \in \mathbb{N}$ .

2. Να εξετάσετε αν υπάρχουν τα όρια των ακόλουθων ακολουθιών. Σε περίπτωση θετικής απάντησης να υπολογιστεί η οριακή τιμή τους:

i)  $a_n = \frac{n^2}{\sqrt{2n^4 + 1}}$

ii)  $b_n = \ln n - \ln(n+1)$

iii)  $c_n = \frac{2^n}{2^n - 1}$

iv)  $d_n = \left(\frac{n+5}{n+2}\right)^{-n+1}$

vii)  $k_n = \frac{7n + (-1)^n \sin n - 5}{8n + 4}$

viii)  $m_n = \left(\frac{12n-5}{12n+1}\right)^{2n}$

ix)  $z_n = \frac{n^{1/4} \cos n}{n+1}$

x)  $x_n = \frac{\ln(4+n^2+2n)}{\ln n + 2}$

xi)  $y_n = \frac{n \sin(2n)}{4e^n + 4}$

xii)  $w_n = \frac{\ln n + 5n}{3n^2 + 2n - 1}$