



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ
ΤΜΗΜΑ ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗΣ ΜΕ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ
ΣΤΗ ΒΙΟΪΑΤΡΙΚΗ

Μαθηματική Ανάλυση I – Σειρές Fourier

Διδάσκουσα : Δρ. Μαρία Αδάμ

Άλυτες ασκήσεις

1. Να αναπτυχθούν σε σειρές Fourier οι κάτωθι συναρτήσεις:

i) $f(x) = x, -\pi < x < \pi$

ii) $f(x) = x, 0 < x < \pi$

iii) $f(x) = -2x, -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$

iv) $f(x) = x^2, -4 < x < 4$

v) $f(x) = x^2, 0 < x < 2\pi$

vi) $f(x) = x^3, -1 < x < 1$

vii) $f(x) = \pi x - x^2, 0 < x < \pi$

viii) $f(x) = \pi^2 x - x^3, -\pi < x < \pi$

ix) $f(x) = |\sin x|, -\pi < x < \pi$

x) $f(x) = |\cos x|, -\pi < x < \pi$

xi) $f(x) = |x|, -\pi < x < \pi$

xii) $f(x) = |2x|, -2 \leq x \leq 2$

xiii) $f(x) = \begin{cases} 0, & -5 < x < 0 \\ 3, & 0 < x < 5 \end{cases}$

xiv) $f(x) = \begin{cases} 1, & 0 < x < \pi \\ -1, & -\pi < x < 0 \end{cases}$

xv) $f(x) = \begin{cases} 3, & -\frac{\pi}{2} \leq x < 0 \\ -3, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

xvi) $f(x) = \begin{cases} 2, & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ 4, & -\frac{\pi}{2} < x < \frac{\pi}{2} \\ 2, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$

xvii) $f(x) = \begin{cases} \sin x, & 0 < x < \pi \\ 0, & \pi < x < 2\pi \end{cases}$

xviii) $f(x) = \begin{cases} -4x - \pi, & -\frac{\pi}{2} \leq x \leq 0 \\ 4x - \pi, & 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$

$$\text{xix) } f(x) = \begin{cases} x(\pi-x), & 0 < x < \pi \\ -x(\pi-x), & -\pi < x < 0 \end{cases} \quad \text{xx) } f(x) = \begin{cases} -1, & -\pi < x < -\frac{\pi}{2} \\ -3, & -\frac{\pi}{2} < x < 0 \\ 3, & 0 < x < \frac{\pi}{2} \\ 1, & \frac{\pi}{2} < x < \pi \end{cases}$$

2. Αναπτύξτε την $f(x) = x$, $0 < x < 2$ σε i) ημιτονική σειρά ii) συνημιτονική σειρά.
3. Αναπτύξτε την $f(x) = \cos x$, $0 < x < \pi$ σε ημιτονική σειρά. Πως μπορεί να οριστεί η $f(x)$ στα $x=0$ και $x=\pi$, έτσι ώστε η σειρά να συγκλίνει στην $f(x)$ για $0 \leq x \leq \pi$.
4. Αναπτύξτε την $f(x) = \pi x - x^2$, $0 < x < \pi$ σε i) ημιτονική σειρά ii) συνημιτονική σειρά.
5. Αναπτύξτε την $f(x) = x$, $-\pi \leq x \leq \pi$ σε σειρά Fourier με μιγαδική μορφή.