



Πανεπιστήμιο Θεσσαλίας  
Σχολή Θετικών Επιστημών  
Τμήμα Πληροφορικής με Εφαρμογές στη Βιοϊατρική

Εργαστήριο Γραμμικής Άλγεβρας

Χαρακτηριστικά μεγέθη  
και εφαρμογές με Matlab

# Ρίζες πολυωνυμικής εξίσωσης- Χαρακτηριστικού πολυωνύμου

$\text{roots}(u)$  :  $u$  διάνυσμα με στοιχεία τους συντελεστές ενός πολυωνύμου φθίνουσα σειρά.

$\text{norm}(u)$  : το μέτρο διανύσματος  $u$  θεωρώντας το Ευκλείδειο εσωτερικό γινόμενο

$$\text{norm}(u) = \sqrt{u_1^2 + u_2^2 + \dots + u_n^2}$$

## Χρήσιμες συναρτήσεις για τον τετραγωνικό $A$

1.  $\text{poly}(A)$ : Όταν εφαρμόζεται σε πίνακα, επιστρέφει τους συντελεστές του χαρακτηριστικού πολυωνύμου.
2.  $\text{roots}(\text{poly}(A))$ : Επιστρέφει τις ρίζες του χαρακτηριστικού πολυωνύμου.
3.  $\text{eig}(A)$ : Επιστρέφει τις ιδιοτιμές του πίνακα.

- Με την εντολή `eig()`, στην σύνταξη που ακολουθεί, λαμβάνουμε ως στήλες ενός πίνακα τα ιδιοδιανύσματα που αντιστοιχούν στις ιδιοτιμές και ένα διαγώνιο πίνακα με στοιχεία τις αντίστοιχες ιδιοτιμές

$[P, D]=\text{eig}(A)$ ,

όπου

P : ο πίνακας με τα μοναδιαία ιδιοδιανύσματα,

D : ο διαγώνιος πίνακας με τις ιδιοτιμές, και

A: ο αρχικός πίνακας.

# Εφαρμογή – Άσκηση 1

Δίνονται οι πίνακες

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 \\ -1 & 3 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$$

1. Ορίστε τους πίνακες  $A$ ,  $B$  και βρείτε τις ιδιοτιμές τους.
2. Βρείτε τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα τους.
3. Επαληθεύστε το θεώρημα Cayley-Hamilton.
4. Βρείτε τον αντίστροφο του πίνακα  $A$ , εφαρμόζοντας το θεώρημα Cayley-Hamilton. Με ποια εντολή μπορείτε να ελέγξετε την ορθότητα του παραπάνω αποτελέσματος;

# Εφαρμογή – Άσκηση 2

Δίνεται ο πίνακας

$$u = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]^t$$

1. Ορίστε τον πίνακα  $A = uu^t$ , βρείτε το βαθμό του
2. Βρείτε τις ιδιοτιμές και τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα
3. Βρείτε αν υπάρχει αντιστρέψιμος πίνακας  $P$ , ώστε  $A = PDP^{-1}$  με  $D$  να είναι διαγώνιος πίνακας με διαγώνια στοιχεία τις ιδιοτιμές του  $A$ .
4. Βρείτε τις ιδιοτιμές του πίνακα  $A^{10}$
5. Βρείτε τις ιδιοτιμές του πίνακα  $B = A^{10} + 4A^{2018}$