

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΙΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΦΥΣΙΚΗΣ ΑΓΩΓΗΣ & ΑΘΛΗΤΙΣΜΟΥ

«Αρχές Βιοκινητικής»

Μάθημα του βασικού κύκλου σπουδών (Γ' εξάμηνο)

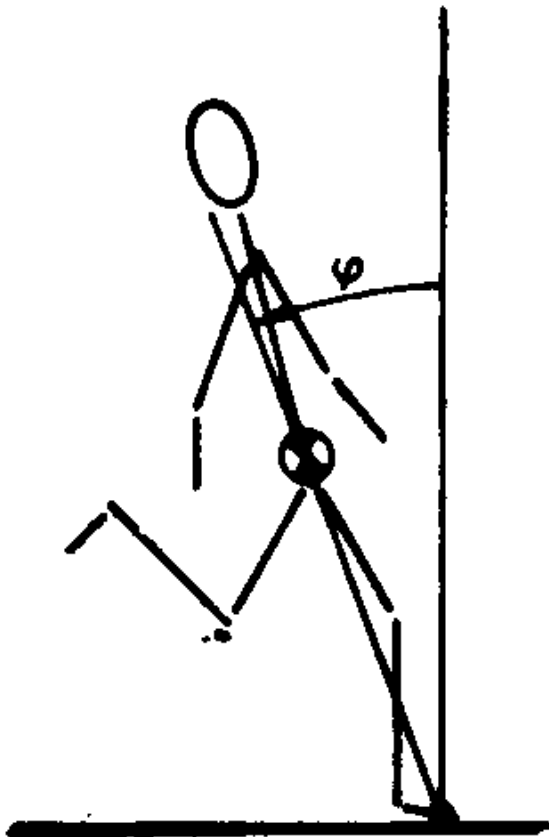
«Γωνιακά Κινηματικά μεγέθη»

ΔΙΔΑΣΚΩΝ: Δρ. Αθανάσιος Λ. Τσιόκανος
Επ. Καθηγητής Βιοκινητικής

Θέματα προς ανάλυση:

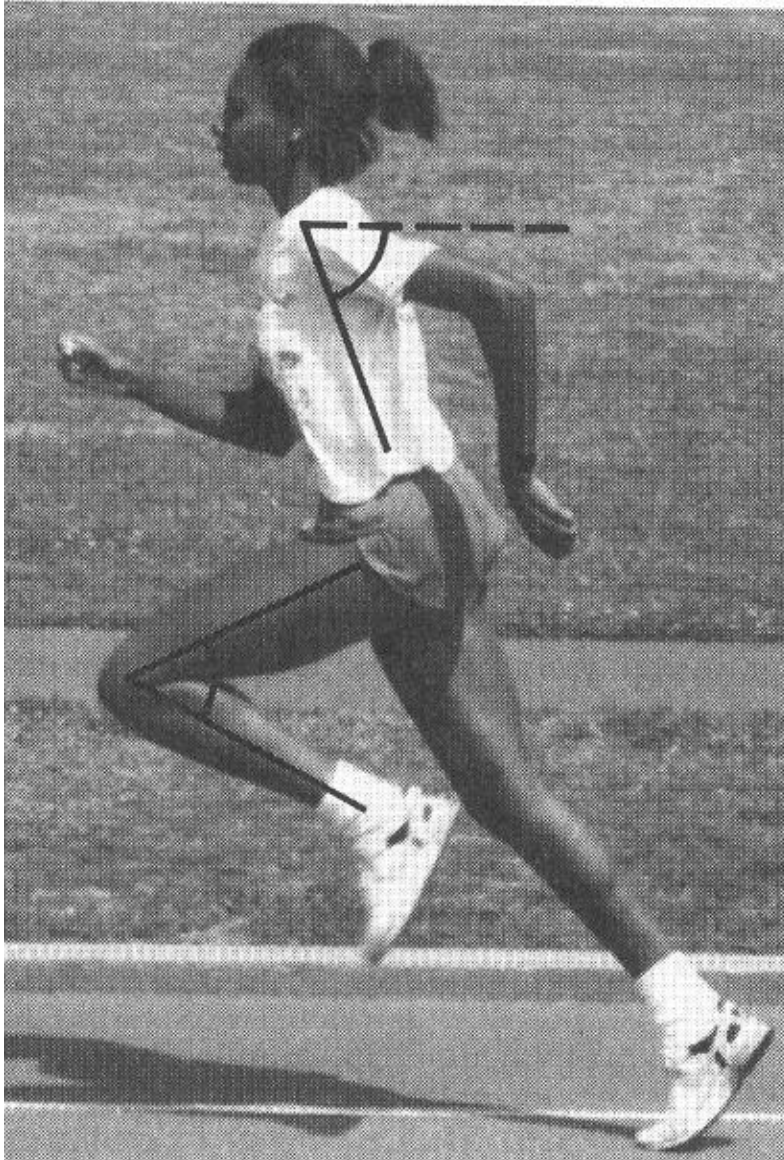
- Εισαγωγή στην περιστροφική κίνηση
- Γωνιακή μετατόπιση
- Γωνιακές μετατοπίσεις των μελών του σώματος – γωνίες των αρθρώσεων
- Γωνιακή ταχύτητα
- Περίοδος και συχνότητα περιστροφής
- Γραμμική ή επιτρόχια ταχύτητα
- Σχέση γωνιακών και γραμμικών μεγεθών
- Γωνιακή επιτάχυνση
- Γραμμική επιτάχυνση (επιτρόχια και κεντρομόλος)

Περιστροφική κίνηση



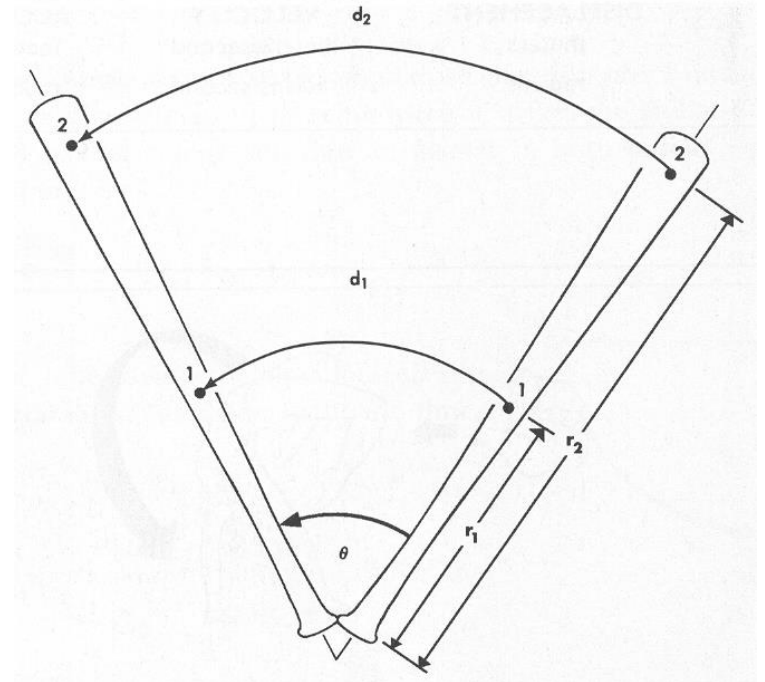
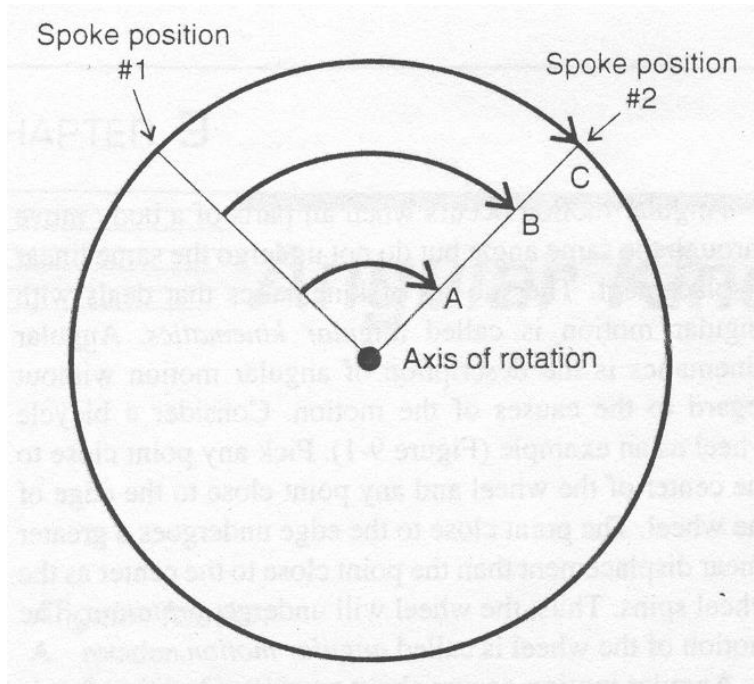
- Είναι η κίνηση ενός σώματος που πραγματοποιείται γύρω από κάποιο σχετικά ακίνητο σημείο ή άξονα περιστροφής.
- Είναι οι κινήσεις όλου του σώματος (σάλτο, πιρουέτα) ή των μελών του (γύρω από τις αρθρώσεις).
- Ακτίνα περιστροφής είναι η απόσταση του περιστρεφόμενου σώματος από το σημείο γύρω από το οποίο περιστρέφεται, που ονομάζεται κέντρο περιστροφής.
- Απαιτείται ένα σύστημα αναφοράς, μια διεύθυνση αναφοράς, προς την οποία θα μετρηθεί η γωνία.
- Όταν ένα σώμα περιστρέφεται στο χώρο μπορούμε να επιλέξουμε την κατακόρυφη ή οριζόντια διεύθυνση αναφοράς.

Γωνιακή μετατόπιση



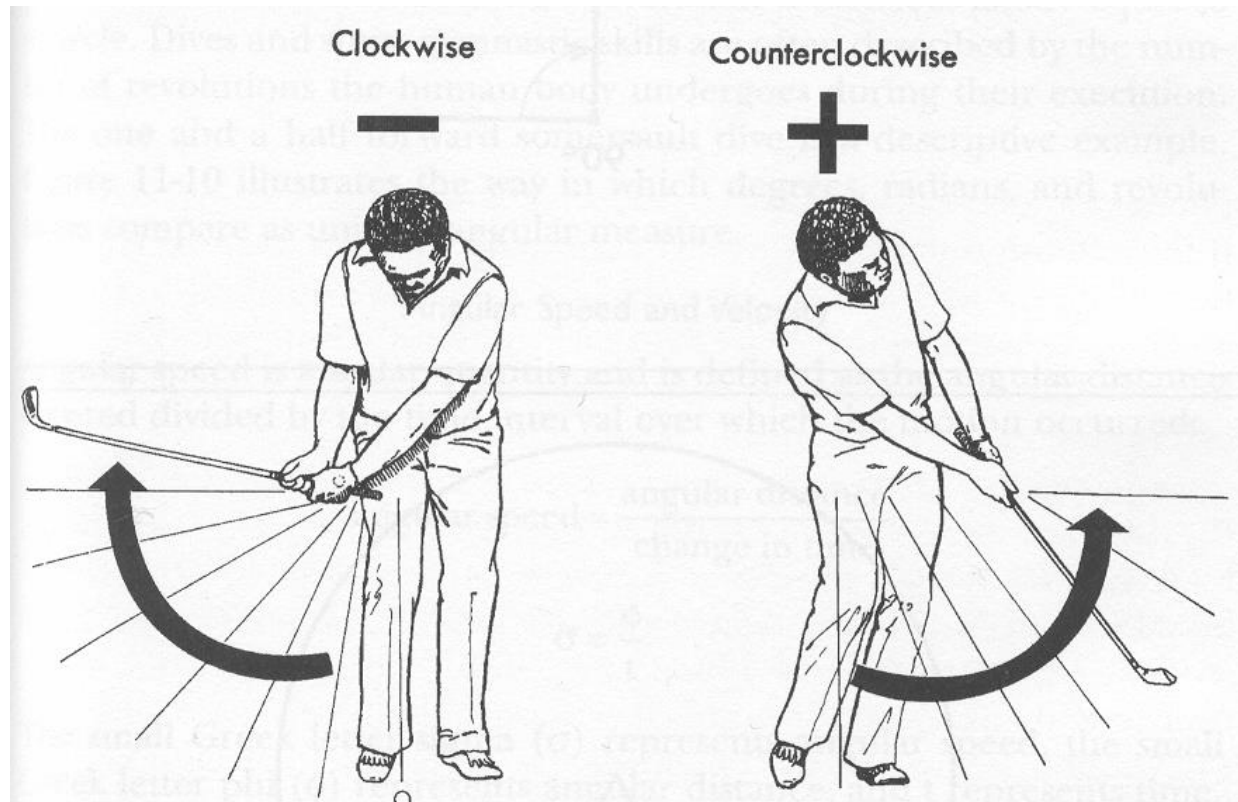
- Αν θέλουμε να υπολογίσουμε μια γωνία που σχηματίζουν δύο γειτονικά μέλη, ορίζουμε τη θέση του ενός μέλους ως διεύθυνση αναφοράς και υπολογίζουμε έτσι τη γωνιακή μετατόπιση του άλλου.
- Γωνιακή μετατόπιση είναι η γωνία που καλύπτει η ακτίνα περιστροφής ενός σώματος σε κάποια χρονική περίοδο t και μετριέται σε μοίρες (degrees ή deg) ή σε ακτίνια (radians ή rad). Είναι διανυσματικό μέγεθος ($\varphi, \theta, \alpha, \beta$).
- $1 \text{ rad} = 57,3 \text{ deg}$

Γωνιακή μετατόπιση



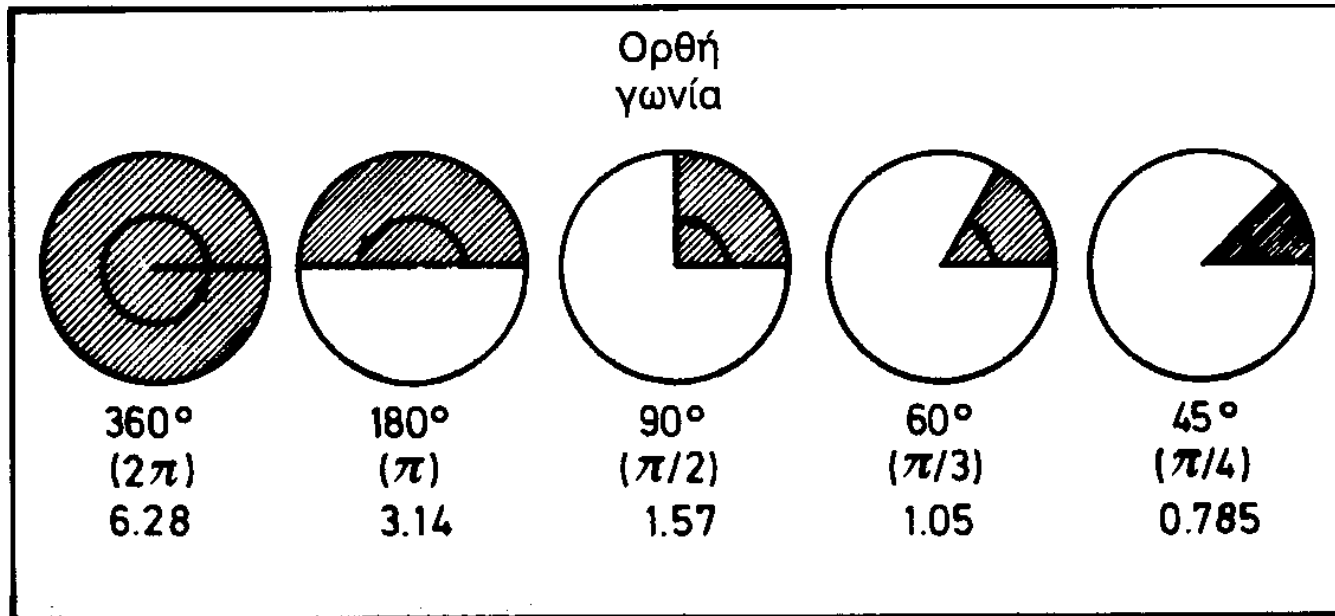
- Τα σημεία ενός περιστρεφόμενου σώματος μπορεί να έχουν την ίδια γωνιακή μετατόπιση, όμως η γραμμική μετατόπιση του καθενός (διαγραφόμενο τόξο) εξαρτάται από το μήκος της ακτίνας περιστροφής του. Όσο μεγαλύτερη η ακτίνα περιστροφής τόσο μεγαλύτερη η γραμμική μετατόπιση. Στις παραπάνω εικόνες τα σημεία C της ρόδας του ποδηλάτου και 2 του μπαστουνιού του μπείζμπολ (μεγάλη ακτίνα περιστροφής) έχουν διαγράψει μεγαλύτερη γραμμική μετατόπιση από τα αντίστοιχα σημεία A και 1 (μικρή ακτίνα περιστροφής).

Γωνιακή μετατόπιση

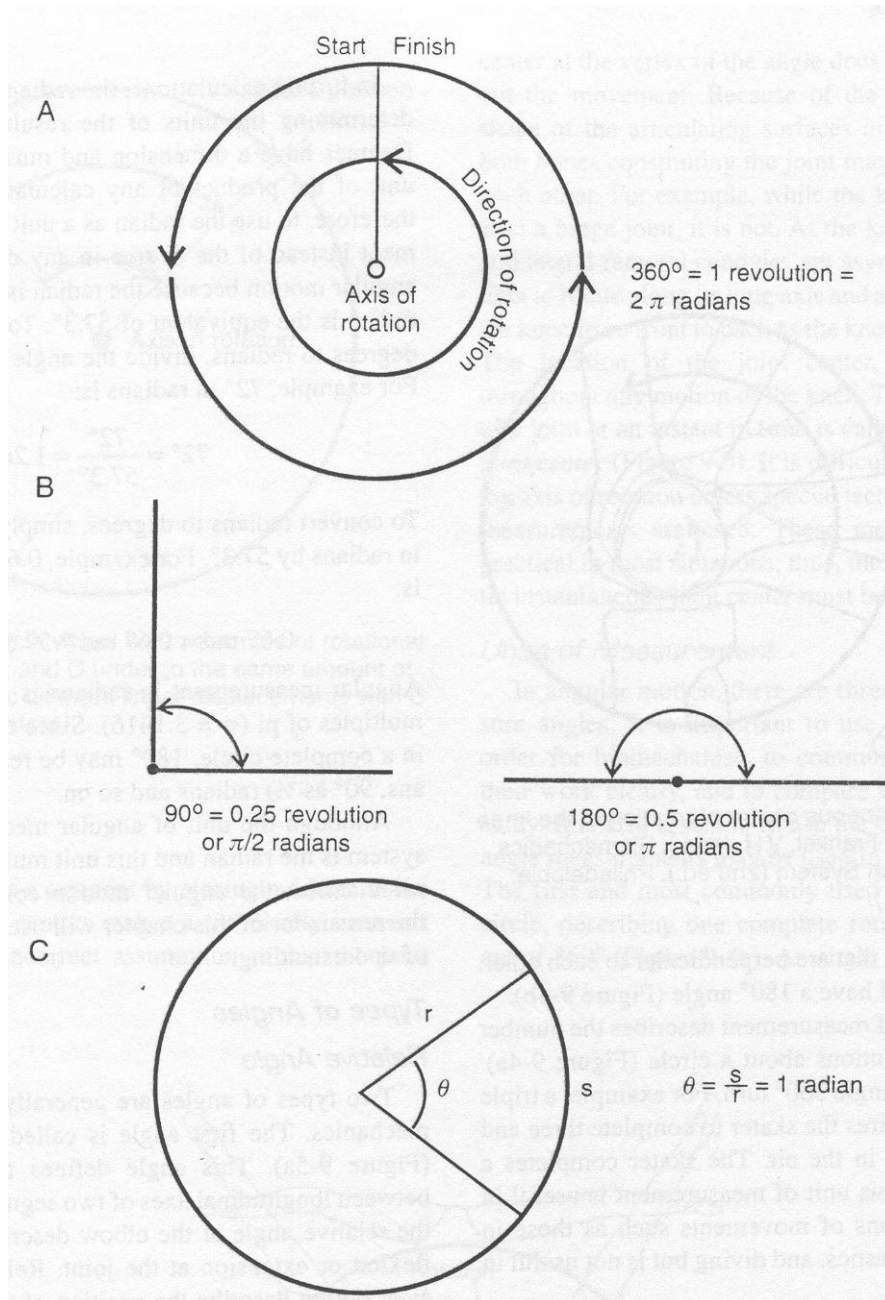


- Στην περίπτωση της γωνιακής μετατόπισης είναι απαραίτητο να ορίσουμε την κατεύθυνση περιστροφής. Ως θετική κατεύθυνση ορίζεται η αντίθετη της κίνησης των δειχτών του ωρολογιού και ως αρνητική εκείνη της περιστροφής των δειχτών του ωρολογιού.

Τμήματα περιφέρειας και αντίστοιχες τιμές σε μοίρες και ακτίνια

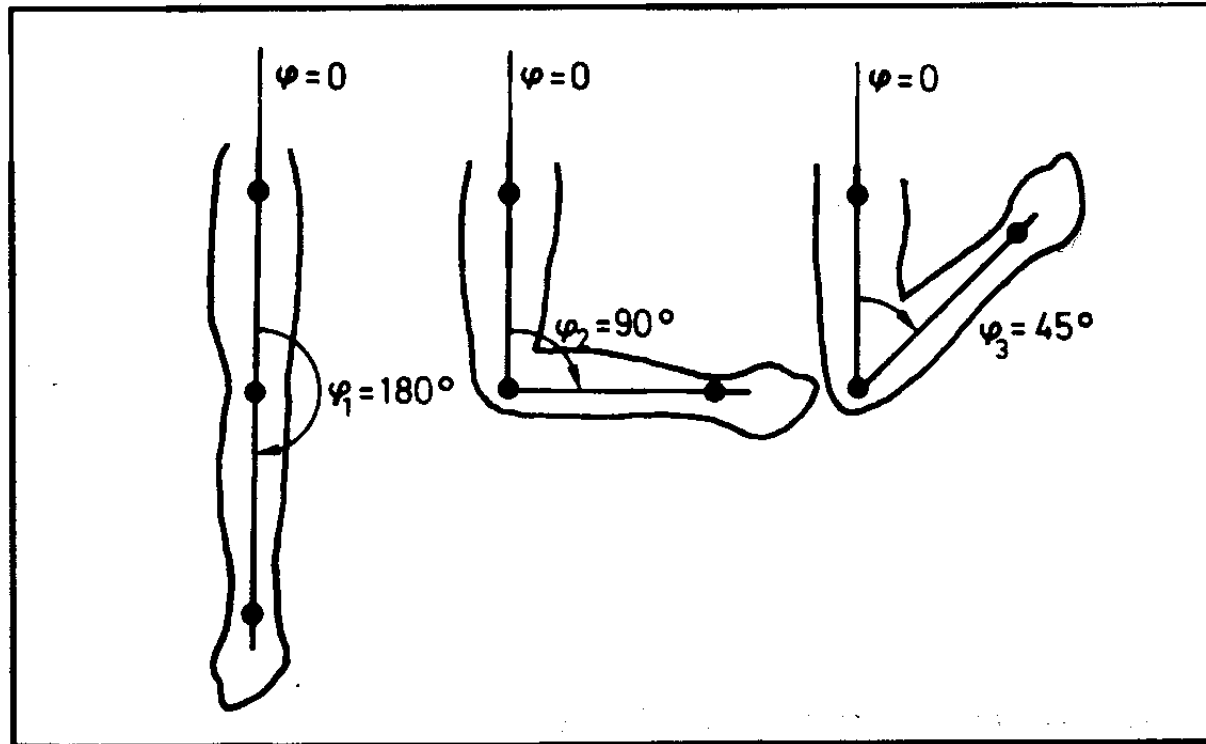


- Αντιστοιχίες μοιρών και ακτινίων σε διάφορες γωνίες.



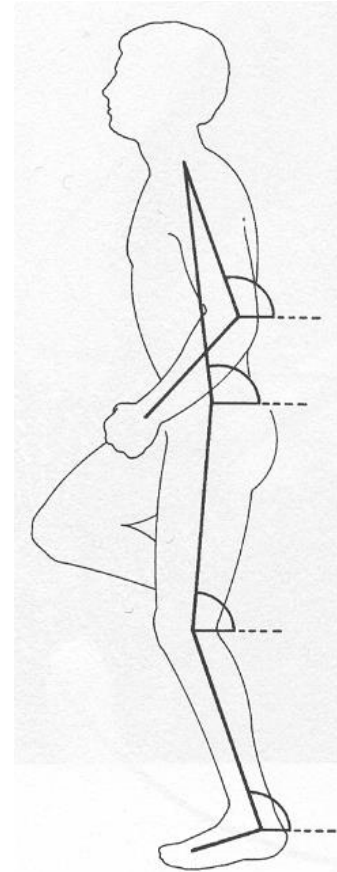
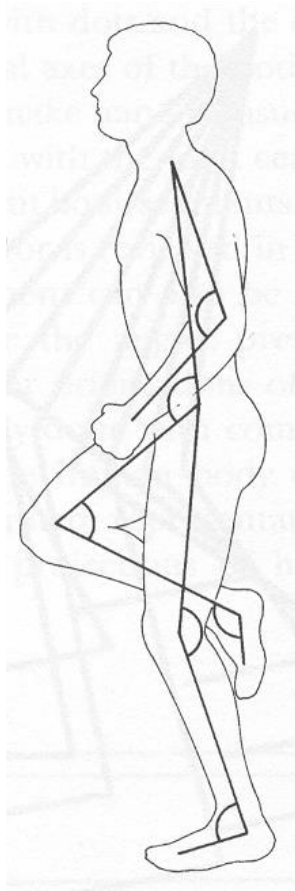
- **Τμήματα περιφέρειας και αντίστοιχες τιμές σε μοίρες και ακτίνια**
- **Ορισμός του ακτινίου**

Γωνιακές μετατοπίσεις των μελών του σώματος



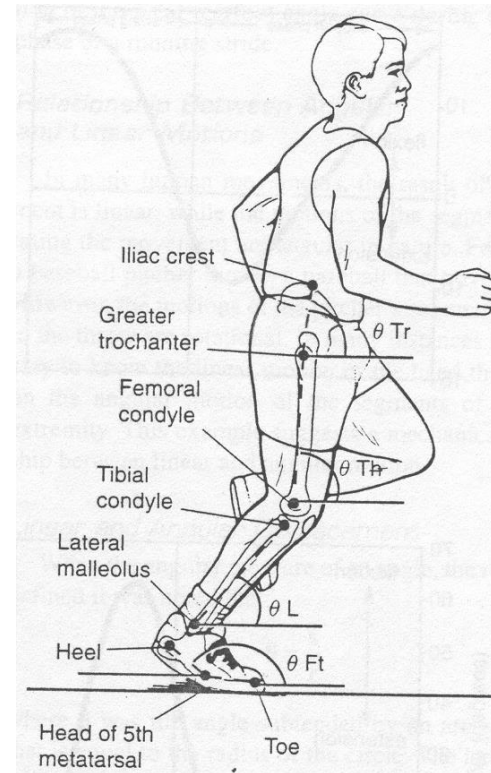
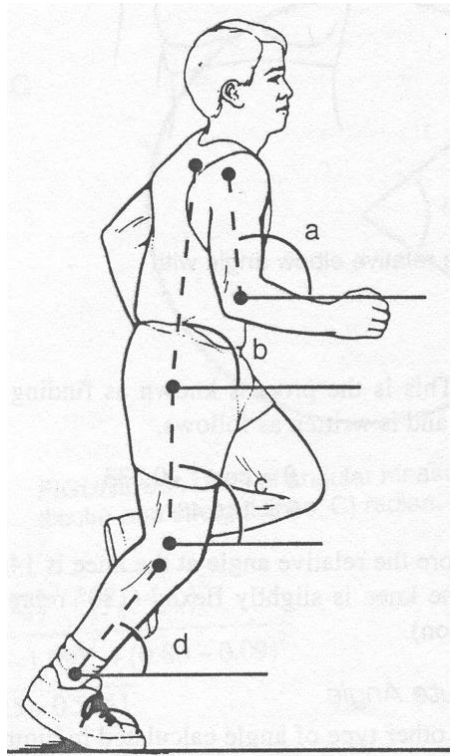
- Παρουσιάζονται τρεις διαφορετικές θέσεις του πήχη ως προς το βραχίονα, οι οποίες ορίζονται αριθμητικά με τη γωνία της άρθρωσης του αγκώνα.

Γωνιακές μετατοπίσεις των μελών του σώματος



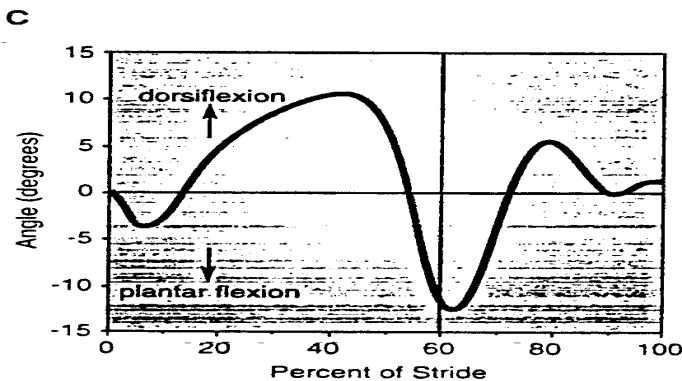
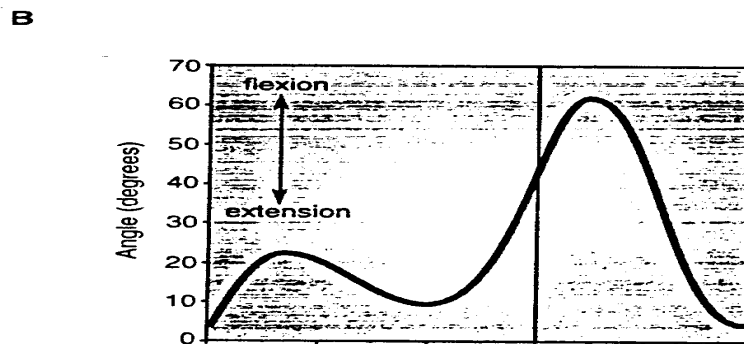
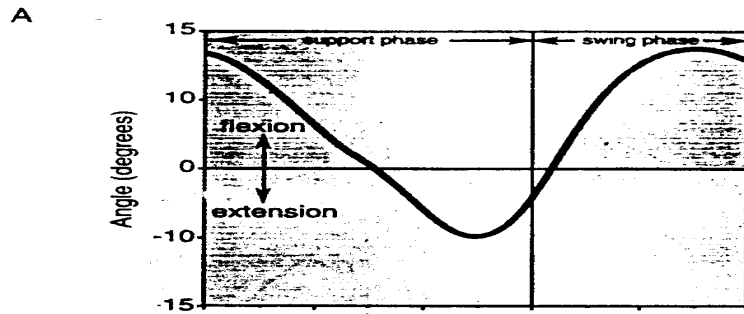
- Δύο τρόποι μέτρησης των γωνιών των μελών του σώματος υπάρχουν: οι σχετικές γωνίες (η γωνία που περιλαμβάνεται μεταξύ των επιμήκων αξόνων δύο μελών) και οι απόλυτες γωνίες (η γωνία κλίσης των μελών, ο προσανατολισμός τους στο χώρο).

Απόλυτες γωνίες των μελών του σώματος



- Ο συνήθης τρόπος υπολογισμού μιας απόλυτης γωνίας μέλους του σώματος προϋποθέτει την τοποθέτηση ενός συστήματος συντεταγμένων στο μακρινό άκρο του μέλους. Έτσι, η γωνία μετριέται αρχίζοντας από τη δεξιά οριζόντια θέση και με κατεύθυνση αντίθετη της κίνησης των δεικτών του ωρολογιού. Οι απόλυτες γωνίες υπολογίζονται με τον κανόνα της εφαπτομένης (απέναντι προς την προσκείμενη της γωνίας πλευρά).

Γωνιακές μετατοπίσεις σε διάφορες αρθρώσεις



- Γωνίες στο διασκελισμό της βάρδισης

- A) στο ισχίο

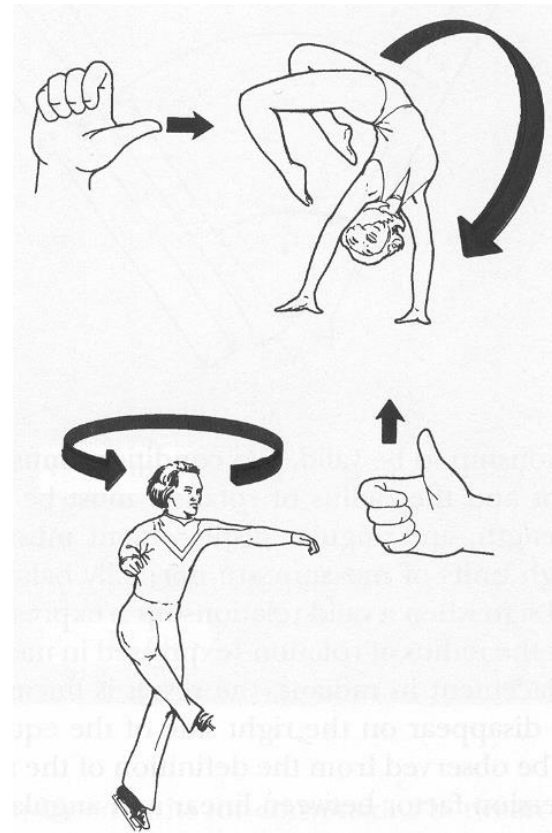
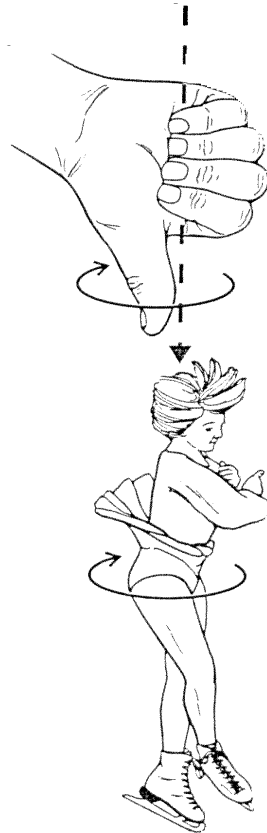
- B) στο γόνατο

- C) στην ποδοκνημική

Γωνιακή ταχύτητα

- Είναι το πηλίκο της μεταβολής της γωνίας δια του απαιτούμενου χρόνου.
- Έχουμε : $\omega = \varphi / t = \text{rad} / \text{sec}$
- Στη σταθερή γωνιακή ταχύτητα σε ίσους χρόνους διανύονται ίσες γωνιακές μετατοπίσεις.
- Στη μεταβαλλόμενη γωνιακή ταχύτητα διακρίνουμε τη μέση και τη στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα.
- Η μέση είναι ίση με $\Delta\varphi / \Delta t$ για ένα χρονικό διάστημα Δt .
- Όταν το Δt τείνει στο μηδέν μιλούμε για στιγμιαία γωνιακή ταχύτητα.

Γωνιακή ταχύτητα

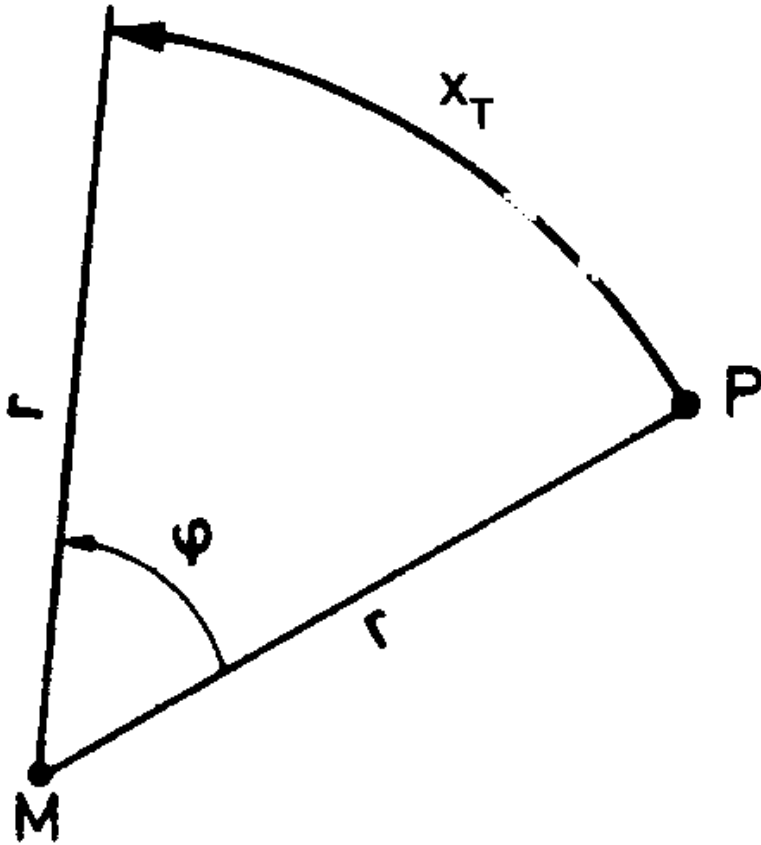


- Ο κανόνας του δεξιού χεριού χρησιμοποιείται για τον προσδιορισμό του προσήμου της γωνιακής ταχύτητας.
- Το διάνυσμα της γωνιακής ταχύτητας είναι κάθετο στο επίπεδο περιστροφής.

Συχνότητα και περίοδος περιστροφής

- Στην περιστροφική κίνηση ο χρόνος που χρειάζεται ένα κινητό για να διαγράψει μια ολόκληρη περιστροφή (360° ή $6,28\text{rad}$) λέγεται περίοδος και συμβολίζεται με T . Αν ο χρόνος μιας περιστροφής απαιτεί 5 sec , η κίνηση έχει περίοδο $T = 5 \text{ sec}$.
- Συχνότητα (ν) της κίνησης είναι ο αριθμός των περιστροφών που γίνονται σε ένα δευτερόλεπτο.
- Έτσι $\nu = 1 / T = 1 / 5 = 0,2 \text{ Hz}$ ($0,2$ κύκλοι το δευτερόλεπτο).
- Επίσης $\omega = 2\pi / T = 2\pi \nu$

Σχέση γωνιακών και γραμμικών μεγεθών



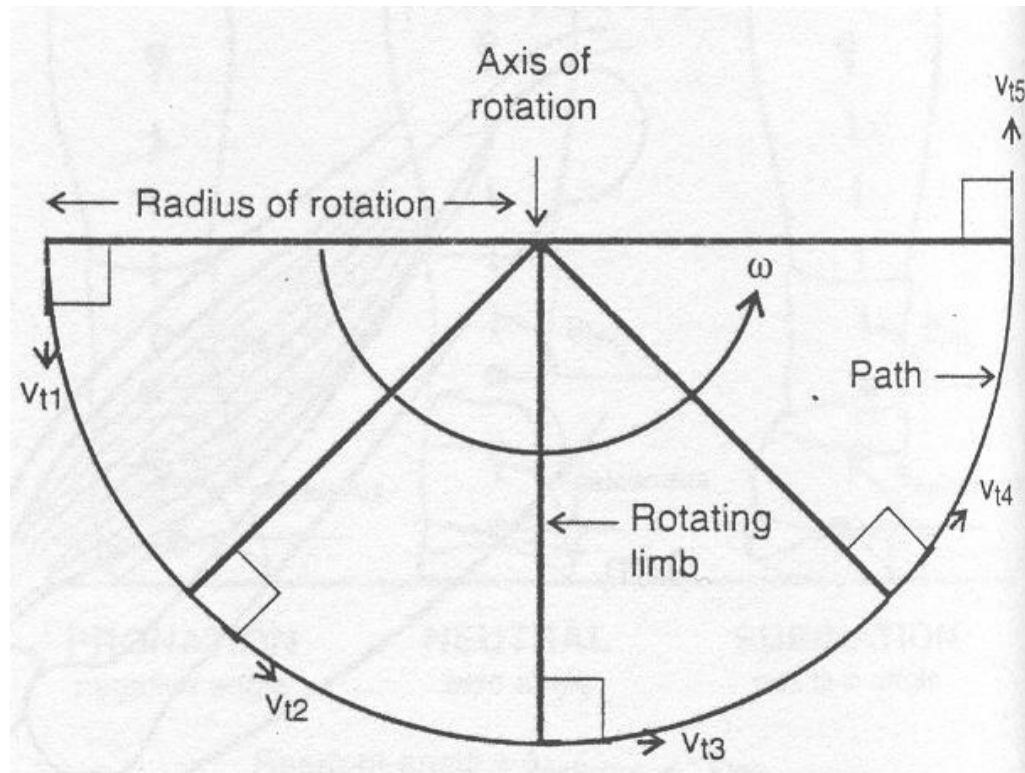
- Γραμμική, επιτόχια ή περιμετρική ταχύτητα U είναι η ταχύτητα ενός σημείου του σώματος που βρίσκεται σε κυκλική τροχιά και έχει ακτίνα περιστροφής r. Στην περιστροφή του το σημείο P διαγράφει πάνω στην κυκλική τροχιά απόσταση X_τ.

- $X_{\tau} = \varphi \cdot r$

- $U_{\tau} = \omega \cdot r$

- $U_{\tau} = \omega \cdot r = 2 \pi r / T = 2 \pi r \nu$

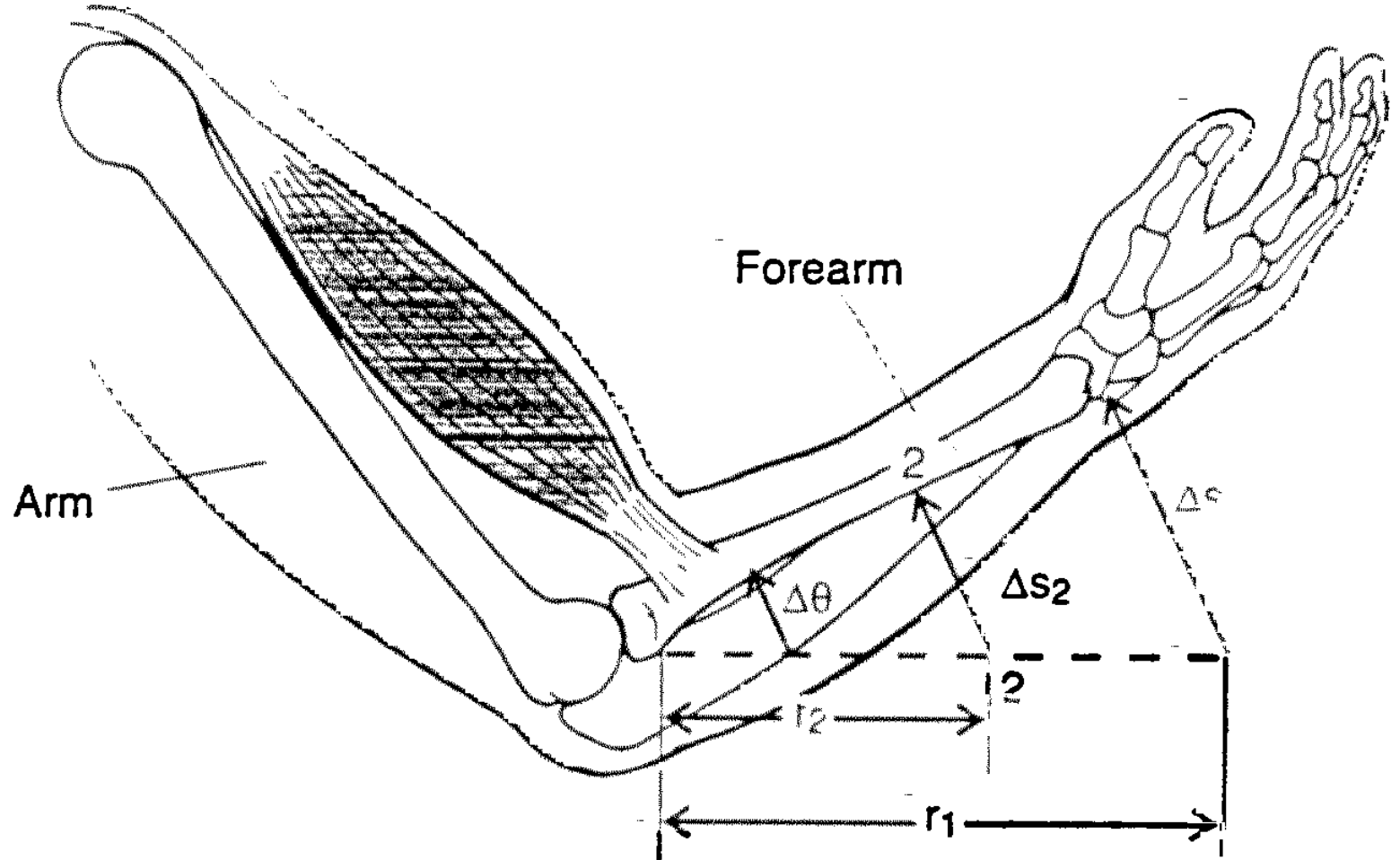
Γραμμική ή επιτρόχια ταχύτητα



- Παρουσιάζεται η επιτρόχια ταχύτητα περιστρεφόμενου μέλους σε διαφορετικές χρονικές στιγμές.
- Η επιτρόχια ταχύτητα είναι κάθετη στην ακτίνα περιστροφής.

Σχέση γωνιακών και γραμμικών μεγεθών

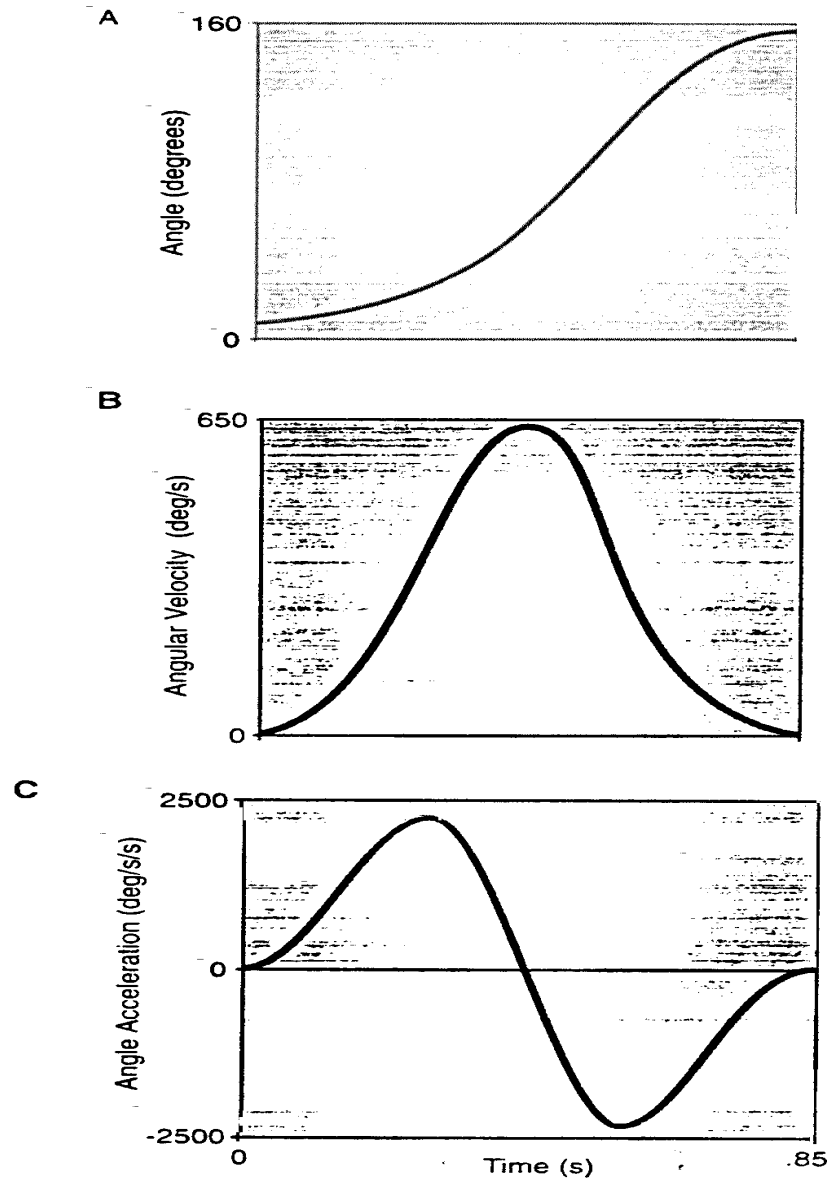
Shoulder joint



Γωνιακή επιτάχυνση

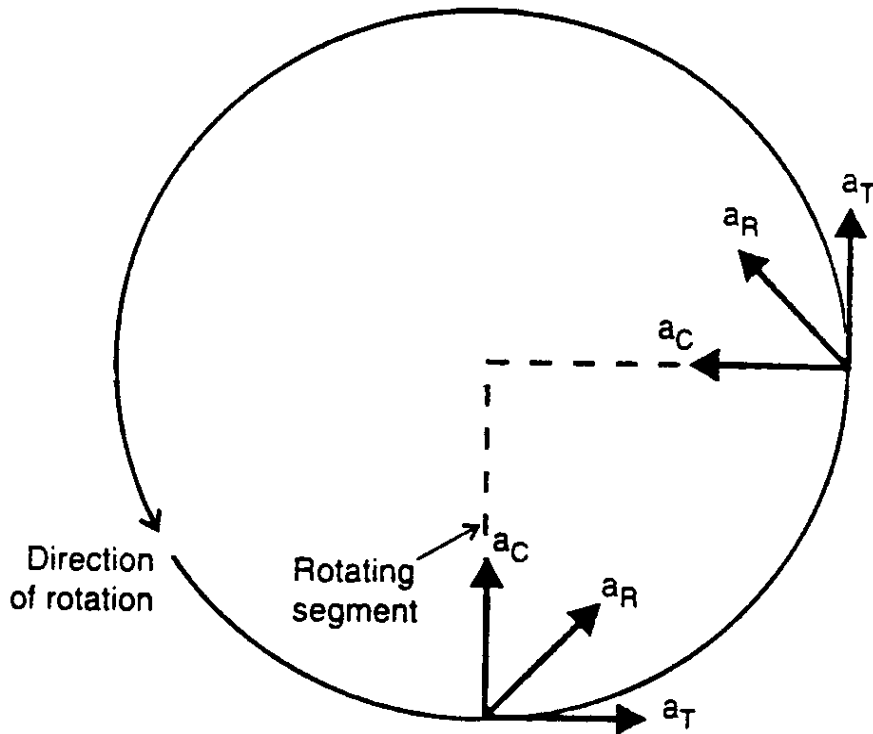
- Είναι το πηλίκο της μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας δια του απαιτούμενου χρόνου ($\alpha = \Delta\omega/\Delta t$).
- Είναι η δεύτερη χρονοπαράγωγος της γωνιακής μετατόπισης.
- Συμβολίζεται με α και μετριέται σε deg / sec² ή σε rad / sec².
- Διακρίνουμε τη μέση και τη στιγμιαία γωνιακή επιτάχυνση.

Γωνιακή μετατόπιση – ταχύτητα - επιτάχυνση



- A) γωνία κάμψης του αγκώνα.
- B) γωνιακή ταχύτητα
- C) Γωνιακή επιτάχυνση

Γραμμική επιτάχυνση (επιτρόχια και κεντρομόλος)



- Η γραμμική επιτάχυνση στην περιστροφική κίνηση έχει δύο συνιστώσες κάθετες μεταξύ τους:

- Η επιτρόχια επιτάχυνση ($\underline{a_T}$) είναι εφαπτόμενη στον κύκλο.
- Η κεντρομόλος επιτάχυνση ($\underline{a_c}$) είναι κάθετη στην a_T και έλκει το κινητό προς το κέντρο του κύκλου.

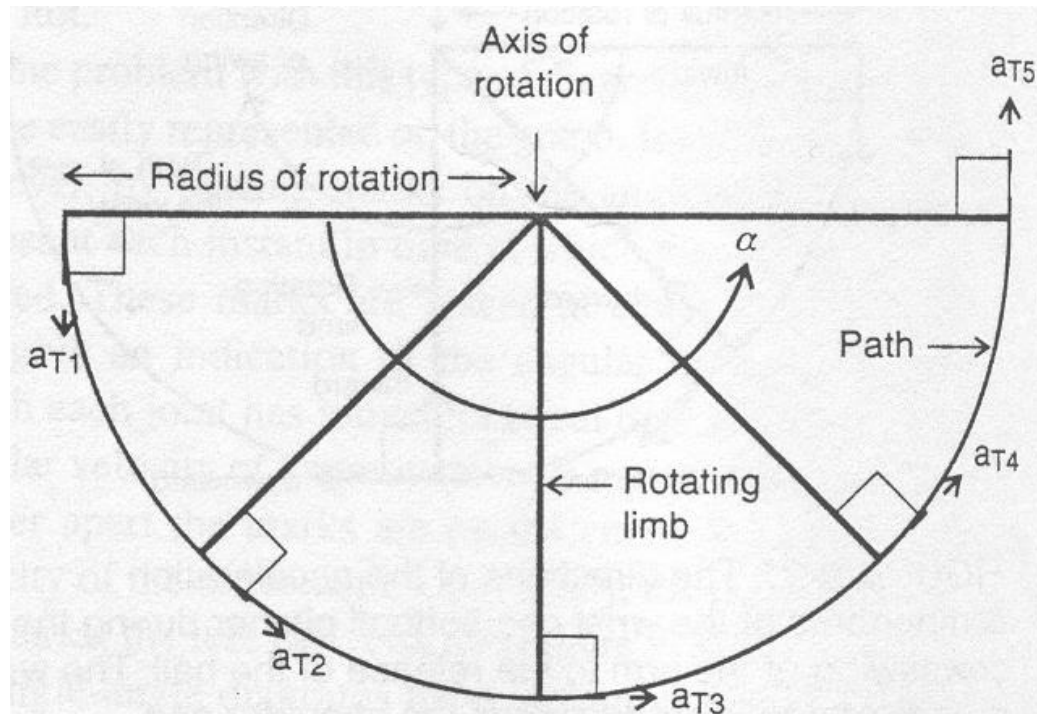
- $\underline{a_T} = a \cdot r$

- $\underline{a_c} = U^2 / r = \omega^2 \cdot r = 4 \pi^2 r / T^2 = 4 \pi^2 v^2 r$

- Η συνισταμένη είναι :

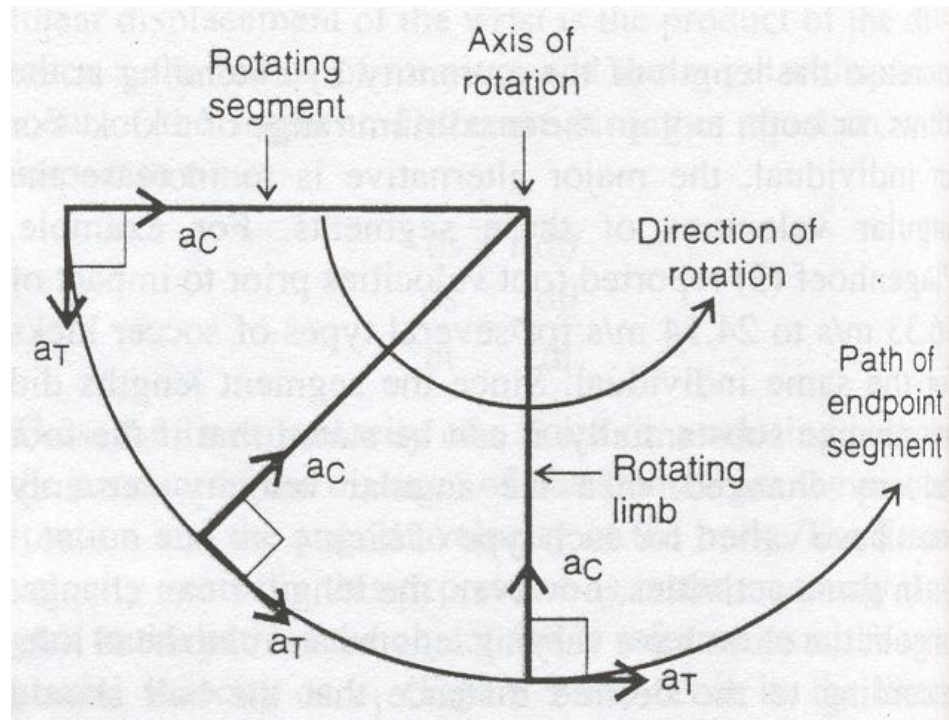
$$a_R = (a_T^2 + a_c^2)^{1/2}$$

Επιτρόχια επιτάχυνση



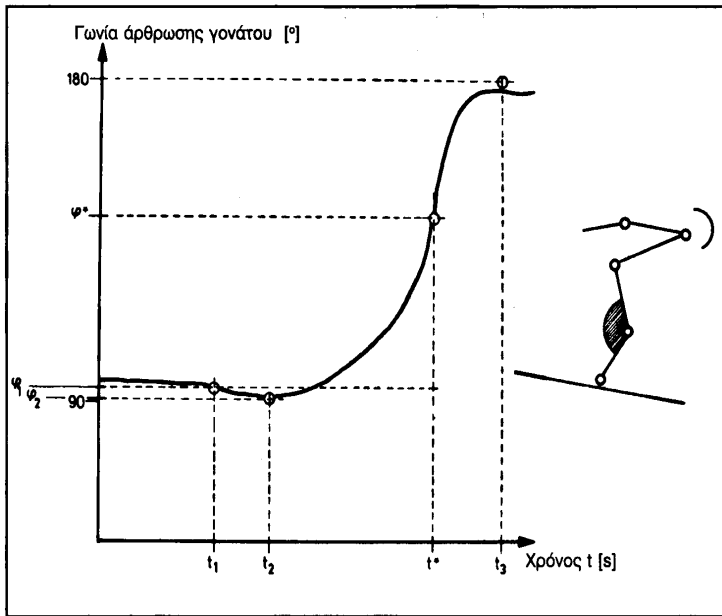
- Παρουσιάζεται η επιτρόχια επιτάχυνση ενός περιστρεφόμενου μέλους.
- Αυτή σε κάθε χρονική στιγμή είναι κάθετη προς το αιωρούμενο μέλος

Κεντρομόλος επιτάχυνση



- Παρουσιάζονται η επιτρόχια (a_T) και η κεντρομόλος (a_C) επιτάχυνση. Είναι πάντα κάθετες μεταξύ τους.
- Η επιτρόχια επιταχύνει το άκρο του μέλους προς τα κάτω και η κεντρομόλος επιταχύνει το άκρο του μέλους προς το κέντρο του κύκλου. Ως αποτέλεσμα έχουμε την κίνηση σε κυκλική τροχιά.

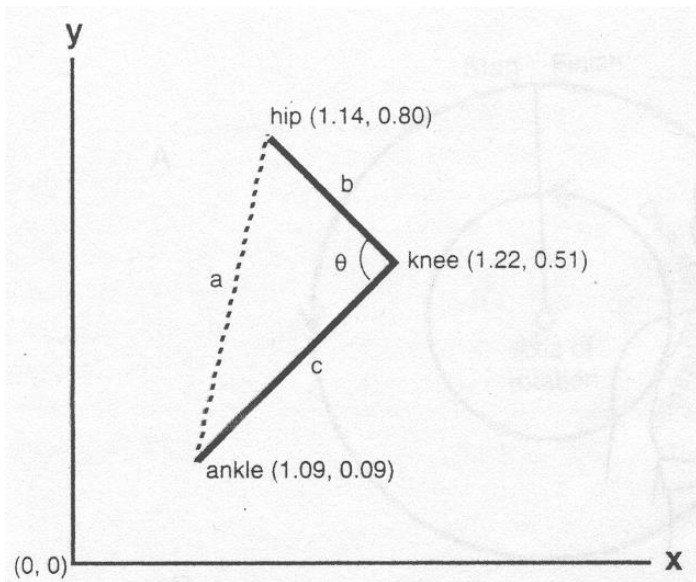
Εφαρμογές



- Γωνιακή ταχύτητα της άρθρωσης του γονάτου στο άλμα του σκι

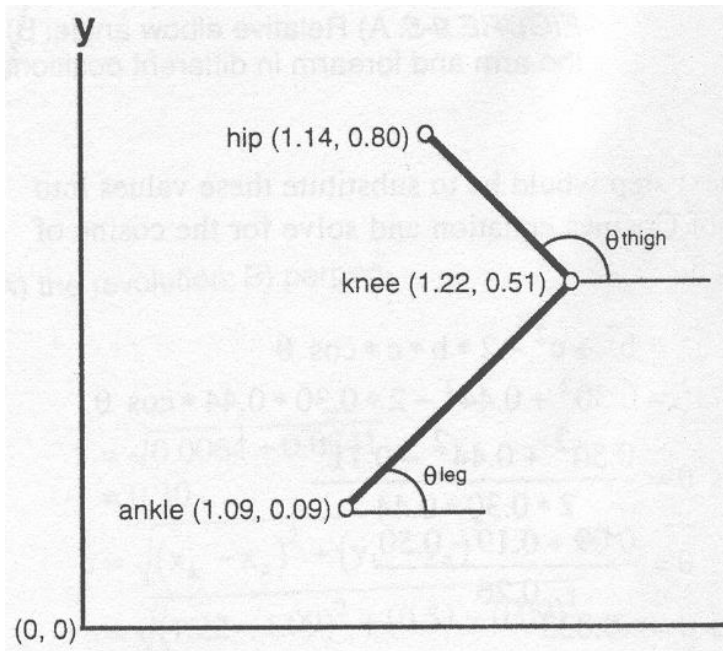
- Η γωνία 180⁰ αντιστοιχεί στην έκταση του γονάτου, ενώ μικρότερες στην κάμψη του γονάτου.
- Μέχρι το σημείο t₁ σταθερή γωνία 95⁰. Μείωση (90⁰) μέχρι το σημείο t₂ και μετά αύξηση μέχρι την τελική έκταση του γονάτου (t₃).
- Στο χρονικό σημείο t* ο αθλητής απογειώνεται από το διάδρομοφοράς (140⁰).
- $\Delta t_1 = t_2 - t_1 = 0,1 \text{ sec}$ (κάμψη).
- $\Delta t_2 = t^* - t_2 = 0,2 \text{ sec}$ (έκταση).
- $\omega_{\kappa} = (\varphi_2 - \varphi_1) / (t_2 - t_1) = (90^0 - 95^0) / 0,1 \text{ sec} = -50^0/\text{sec}$.
- $\omega_{\varepsilon} = (\varphi - \varphi_2) / (t - t_2) = (140^0 - 90^0) / 0,2 \text{ sec} = 250^0/\text{sec}$.
- Η γωνιακή ταχύτητα στην απογείωση είναι 1100⁰/sec.

Εφαρμογές



- Υπολογισμός της σχετικής γωνίας θ
- Σύμφωνα με το πυθαγόριο θεώρημα τα μήκη των πλευρών a , b , c είναι:
- $a = [(X_h - X_a)^2 + (Y_h - Y_a)^2]^{1/2} = [(1.14 - 1.09)^2 + (0.80 - 0.09)^2]^{1/2} = 0.71$
- $b = [(X_h - X_k)^2 + (Y_h - Y_k)^2]^{1/2} = [(1.14 - 1.22)^2 + (0.80 - 0.51)^2]^{1/2} = 0.30$
- $c = [(X_k - X_a)^2 + (Y_k - Y_a)^2]^{1/2} = [(1.22 - 1.09)^2 + (0.51 - 0.09)^2]^{1/2} = 0.44$
- Σύμφωνα με το νόμο των συνημιτόνων:
- $a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \sigma\upsilon\upsilon \theta \Rightarrow \sigma\upsilon\upsilon \theta = (b^2 + c^2 - a^2) / (2 \cdot b \cdot c) = (0.30^2 + 0.44^2 - 0.71^2) / (2 \cdot 0.30 \cdot 0.44) = -0.833$
- Άρα $\theta = \eta\mu^{-1} - 0.833 \Rightarrow \theta = 146.4^\circ$

Εφαρμογές



- Υπολογισμός της απόλυτης γωνίας θ_{leg}
- Για τον υπολογισμό της απ. γωνίας στην ποδοκνημική (θ_{leg}) χρησιμοποιούμε τις συντεταγμένες των άκρων του μέλους για τον προσδιορισμό της εφ θ_{leg} :
- $\varepsilon\varphi \theta_{leg} = (Y_{\text{ κοντινό}} - Y_{\text{ μακρινό}}) / (X_{\text{ κοντινό}} - X_{\text{ μακρινό}}) = (Y_{\text{ knee}} - Y_{\text{ ankle}}) / (X_{\text{ knee}} - X_{\text{ ankle}}) = (0.51 - 0.09) / (1.22 - 1.09) = 3.23$
- Άρα $\theta_{leg} = \varepsilon\varphi^{-1} + 3.23 = 72.8^\circ$
- Αντίστοιχα για τον υπολογισμό της θ_{thigh} :
- $\varepsilon\varphi \theta_{thigh} = (Y_{\text{ hip}} - Y_{\text{ knee}}) / (X_{\text{ hip}} - X_{\text{ knee}}) = (0.80 - 0.51) / (1.14 - 1.22) = -3.625$
- Άρα $\theta_{thigh} = \varepsilon\varphi^{-1} - 3.625 = -74.58^\circ$
ή $\theta_{thigh} = 180^\circ - 74.58^\circ = 105.4^\circ$

Βιβλιογραφία

- Κόλλιας Η. (1997). *Βιοκινητική της αθλητικής κίνησης*. Θεσσαλονίκη.
- Τσαρούχας Λ. (1983) *Βιομηχανική αθλητικών κινήσεων*, Αθήνα.
- Φωτεινόπουλος Β. (). *Μηχανική*. Εκδόσεις Βλάσση, Αθήνα.
- Baumann W. (1996). *Βασικές αρχές της βιομηχανικής των αθλητικών κινήσεων*. Εκδόσεις Σάλτο, Θεσσαλονίκη.
- Abernethy B., Kippers V., Mackinnon L.T., Neal R.J., Hanrahan S. (1997). *The Biophysical Foundations of Human Movement*. Human Kinetics, Champaign, IL.
- Adrian M.J., Cooper J.M. (1995). *Biomechanics of Human Movement*. Brown & Benchmark Publishers, IA, USA.
- Hall S.J. (1995). *Basic Biomechanics*. McGraw-Hill Companies, USA.
- Hamill J., Knutzen K.M. (1995). *Biomechanical Basis of Human Movement*. Williams & Wilkins, PA, USA.

Θέματα για συζήτηση ή μελέτη

- Αναφέρετε δύο κινήσεις στις οποίες είναι σημαντική η σχετική γωνία μιας άρθρωσης του σώματος, καθώς και δύο κινήσεις στις οποίες σημαντική είναι η απόλυτη γωνία κάποιας άρθρωσης του σώματος.
- Κατά την κάμψη του αγκώνα η σχετική γωνία της άρθρωσης είναι 10° στα 0.5 sec και 120° στα 0.71 sec . Ποια είναι η μέση γωνιακή ταχύτητα της άρθρωσης του αγκώνα.
- Ένας σφυροβόλος περιστρέφεται με γωνιακή ταχύτητα 14.7 rad/sec , με γωνιακή επιτάχυνση 6.28 rad/sec^2 πριν την απελευθέρωση της σφύρας. Αν η ακτίνα περιστροφής (το μήκος του χεριού του αθλητή + το μήκος της αλυσίδας της σφύρας) είναι 1.5 m , να υπολογιστούν: α) η επιτρόχια επιτάχυνση, β) η κεντρομόλος επιτάχυνση, γ) η συνισταμένη γραμμική επιτάχυνση.
- Ένας αθλητής του πατινάζ περιστρέφεται γύρω από τον επιμήκη άξονα του σώματός του με σταθερή γωνιακή ταχύτητα 18 rad/sec . Να βρεθεί η τιμή της γωνιακής επιτάχυνσης.

Επίλογος

- Οι περισσότερες κινήσεις του κινητικού μηχανισμού του ανθρώπου είναι περιστροφικές κινήσεις (περιστροφικές κινήσεις των οστών με κέντρο περιστροφής τον άξονα που περνά από το κέντρο της αντίστοιχης άρθρωσης). Κατά συνέπεια τα γωνιακά κινηματικά χαρακτηριστικά είναι απαραίτητα για την περιγραφή αυτών των κινήσεων.
- Η γωνιακή ταχύτητα είναι η μεταβολή της γωνιακής μετατόπισης στη μονάδα του χρόνου, ενώ η γωνιακή επιτάχυνση ο ρυθμός μεταβολής της γωνιακής ταχύτητας (η γωνιακή ταχύτητα στη μονάδα του χρόνου).
- Η περίοδος και η συχνότητα είναι επίσης δύο μεγέθη που περιγράφουν μια περιστροφική κίνηση.
- Τα γωνιακά κινηματικά μεγέθη αναφέρονται είτε στη σχετική γωνία (σχηματίζεται από τους επιμήκεις άξονες δύο μελών του σώματος που συντάσσονται σε μια άρθρωση) είτε στην απόλυτη γωνία (ο γωνιακός προσανατολισμός ενός μέλους του σώματος ως προς μια σταθερή γραμμή αναφοράς).